2025

البروف

الرياضيات

إعداد

أ/أحمد خالد

الصف الأول الإعدادي

الفصل الدراسي الأول

ITMEDIA.EG

صفحة القيس برجك

الوحدة الأولي: الأعداد و العمليات عليها

النسبة المئوية والنسبة والتناسب

الوحدة الأولي		
الأعداد والعمليات عليها		
(1)	التناسب	2
(2)	تطبيقات النسبة والتناسب	7
(3)	المجموعات والعمليات عليها	13
(4)	العمليات علي الأعداد الصحيحة	18
(5)	العمليات علي الأعداد النسبية	23

الدرس الأول: التناسب

التناسب هو تساوي نسبتين أو معدلين علي الأقل.

تساوي نسبتين(تناسب)

$$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$$

تساوي معدلين(تناسب)

$$\frac{160 \text{ كيلو متر}}{2 \text{ ساعة}}=\frac{80 \text{كيلو متر}}{1 \text{ساعة}}$$

كتابة التناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ أو $a:b=c:d$

- يسمي الحدان a,d بالطرفين، يسمي الحدان b,c الوسطين.
- إذا كان a,b,c,d كميات متناسبة فإن $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$
- **إذا كان** $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ فإن a,b,c,d كميات متناسبة.

خاصية الضرب التبادلي

حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين.

إذا كان $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ فإن $a\times d=c\times b$

مثلاً: إذا كان $\frac{3}{7}=\frac{6}{14}$ فإن $3\times 14=7\times 6$

مثال (1) حدد أيا من أزواج النسب التالية يمثل تناسبًا:

① $\frac{4}{7},\frac{12}{21}$

الحل

$7\times 12 \quad 4\times 21$

(استخدام الضرب التبادلي)

$84 = 84$

(ضرب الطرفين = حاصل ضرب الطرفين)

∴ تمثل تناسبًا

② $\frac{6}{10},\frac{10}{25}$

الحل

$10\times 10 \quad 6\times 25$

(استخدام الضرب التبادلي)

$100 \neq 150$

(حاصل ضرب الطرفين ≠ حاصل ضرب الطرفين)

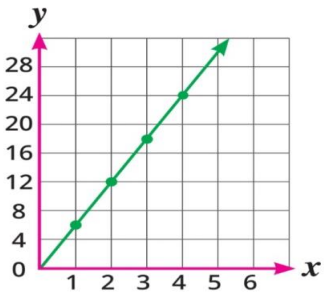
∴ لا تمثل تناسبًا

تدريب(1) حدد أيا من أزواج النسب التالية يمثل تناسبًا:

① $\frac{5}{8}, \frac{9}{7}$ ② $\frac{3}{4}, \frac{15}{20}$

تحديد التناسب باستخدام التمثيل البياني

- **إذا كانت النقاط في التمثيل البياني تقع علي خط مستقيم، يمر بنقطة الأصل فإن العلاقة تمثل تناسبًا.**
- **إذا كانت النقاط في التمثيل البياني لا تقع علي خط مستقيم، أو تقع علي خط مستقيم لا يمر بنقطة الأصل فإن العلاقة لا تمثل تناسبًا.**



الزمن بالثانية	المسافة بالمتر
1	6
2	12
3	18
4	24

حل التناسب هو إيجاد قيمة المجهول في التناسب.

مثال (2) حل التناسب:

$$\frac{3}{8} = \frac{12}{x}$$

الحل

$3 \times x = 8 \times 12$ (استخدام الضرب التبادلي)

$3x = 96$ (اضرب)

$\frac{3}{3}x = \frac{96}{3}$ (اقسم)

$x = 32$ (بسط)

حل آخر

$$x = \frac{12 \times 8}{3} = 32$$

تدريب(2) حل التناسب:

① $\frac{x}{8} = \frac{4}{32}$ ② $\frac{3}{4} = \frac{15}{x}$

تمارين علي التناسب

(1) حدد أيا من أزواج النسب التالية يمثل تناسبًا:

① $\frac{2}{3} \stackrel{?}{=} \frac{6}{9}$ ② $0.6 \stackrel{?}{=} \frac{10}{25}$

③ $\frac{5}{4} \stackrel{?}{=} \frac{7.5}{6}$ ④ $\frac{15}{25} \stackrel{?}{=} \frac{30}{60}$

⑤ $\frac{2}{5} \stackrel{?}{=} \frac{4}{10}$ ⑥ $\frac{3}{4} \stackrel{?}{=} \frac{6}{9}$

---

(2) حل التناسبات التالية:

① $\frac{12}{16} = \frac{21}{x}$ ② $\frac{15}{5} = \frac{3}{x}$

③ $0.2 = \frac{8}{x}$ ④ $0.7 = \frac{140}{x}$

⑤ $\frac{3}{4} = \frac{x}{20}$ ⑥ $\frac{15}{x} = \frac{30}{2}$

⑦ $a : 16 = 5 : 4$ ⑧ $\frac{1}{3} = \frac{2}{b+1}$

---

(3) أكمل التناسبات التالية:

① $\frac{48}{72} = \frac{\ldots}{15}$ ② $\frac{6}{8} = \frac{\ldots}{\ldots}$

③ $\frac{20}{25} = \frac{36}{\ldots}$ ④ $\frac{12}{\ldots} = \frac{\ldots}{15}$

---

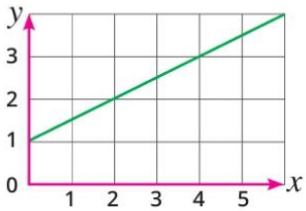
(4) في كل مما يأتي هل الكميات متناسبة؟ إذا كانت متناسبة اكتب التناسب:

① 5,8,15,24 ② 12,27,16,18

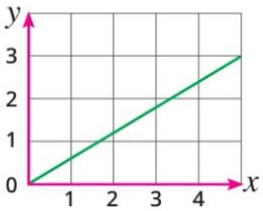
(5) يوضح الجدول المقابل عدد الجنيهات التي يدخرها محمود خلال عدد معين من الشهور.هل المبلغ يتناسب مع الشهور؟

المبلغ بالجنيه	300	600	900	1200
عدد الشهور	2	4	6	8

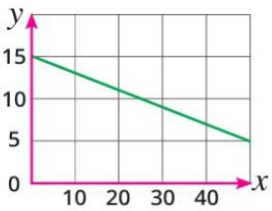
(6) أي من العلاقات المبينة في كل مما يلى تمثل تناسبًا؟



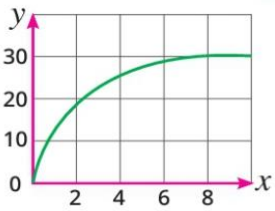
(د)



(جـ)



(ب)

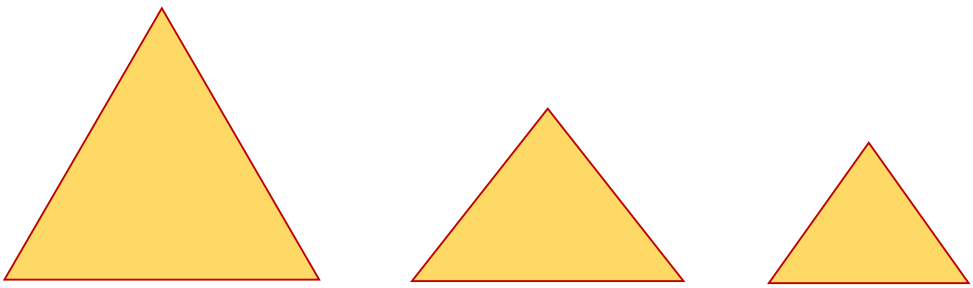


(أ)

(7) تستخدم سيارة 5 لترات من البنزين لقطع مسافة 40 كم. ما هي كمية البنزين التي تحتاجها السيارة لتقطع مسافة 128 كم إذا سارت بنفس المعدل؟

(8) اشتري عمر 8 تفاحات بمبلغ 60 جنيهًا ، كم تفاحة من نفس النوع يمكن أن يشتريها بمبلغ 105 جنيهات؟

(9)



2 سم 3 سم 4 سم

كل المثلثات السابقة هي مثلثات متساوية الأضلاع. هل العلاقة بين محيط المثلث و طول ضلعه في المثلث المتساوية الأضلاع تمثل علاقة تناسب؟ وضح إجابتك.

(10) تقرأ إيمان 10 صفحات في 40 دقيقة ، فما الزمن بالساعات الذي تستغرقه في قراءة كتاب من 120 صفحة إذا قرأت بنفس المعدل؟

(11) مصنع ينتج 500 زجاجة مياه غازية في ساعتين ما عدد الزجاجات التي ينتجها في 5 ساعات؟

(12) يزن جسم علي الأرض 90 نيوتن، إذا علمت وزنه علي القمر 15 نيوتن، فكم يبلغ وزن جسم آخر على القمر إذا كان وزنه علي الأرض 60 نيوتن؟

(13) إذا قطعت سيارة مسافة 320 كيلومتر في 4 ساعات، فكم ساعة تحتاجها هذه السيارة لتقطع مسافة 480 كيلو متر أخري إذا تحركت وفق نفس المعدل؟

(14) إذا كان ثمن 20 جرام من العطر 50 جنيه فكم يكون ثمن 10 جرام من العطر ؟

(15) تنتج آلة 24 لفة سلك نحاس في 6 ساعات. احسب معدل الآلة في الساعة الواحدة.

(16) عامل يمكنه طلاء حائط خلال 4 ساعات وعامل آخر يمكنه طلاء نفس الحائط خلال ساعتين، فإذا اشترك العاملان في طلاء نفس الحائط فكم دقيقة يحتاجانها لطلاء الحائط؟

(17) إذا كان ثمن $\frac{3}{4}$ كيلو لبن 30 جنيهًا فما ثمن $1\frac{3}{4}$كيلو لبن؟

(18) إذا كان 15% من x يساوي 20% من y ، فكم تساوي $x:y$ ؟

(أ) $5:4$

(ب) $3:2$

(جـ) $4:3$

(د) $3:4$

الدرس الثاني: تطبيقات النسبة و التناسب

مقياس الرسم هو نسبة تقارن بين البُعد في الرسم أو النموذج إلي البُعد الحقيقى.

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقى}}$$

التحويلات

1 كيلو متر $= 1,000$ متر

1 متر $= 10$ ديسيمتر $= 100$ سنتيمتر

1 سنتيمتر $= 10$ ميلليمتر

مثال (1) **إذا كان مقياس الرسم علي الخريطة هو $1: 600,000$ وكانت المسافة بين نقطتين علي الخريطة تساوي 4.5 سم.**
أوجد المسافة الحقيقية بين النقطتين.

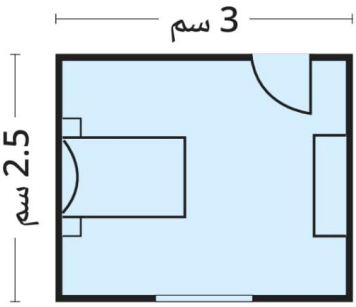
الحل

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{المسافة علي الخريطة}}{\text{المسافة الحقيقية}}$$

$$\frac{1}{600,000} = \frac{4.5 \text{ سم}}{\text{المسافة الحقيقية}}$$

$$\text{المسافة الحقيقية} = 4.5 \times 600,000 = 2,700,000 \text{ سم} = 27 \text{ كم}$$

مثال (2) **يمثل الشكل المقابل نموذجًا مصغرًا لغرفة حيث إن كل 1 سم في النموذج يمثل 1.2 متر في الحقيقة، فما مساحة الغرفة الحقيقية؟**



الحل

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقى}}$$

$$\frac{1 \text{ سم}}{1.2 \text{ متر}} = \frac{3 \text{ سم}}{\text{طول الغرفة الحقيقى}}$$

$$\text{طول الغرفة الحقيقى} = 3 \times 1.2 = 3.6 \text{ متر}$$

$$\frac{\text{1 سم}}{\text{1.2 متر}} = \frac{\text{2.5 سم}}{\text{عرض الغرفة الحقيقى}}$$

عرض الغرفة الحقيقى $= 1.2 \times 2.5 = 3$ أمتار

مساحة الغرفة = الطول × العرض $= 3 \times 3.6 = 10.8$ متر مربع

تدريب(1)

① التقطت سمر صورة مكبرة لإحدى الحشرات الدقيقة، فإذا كان طول الحشرة في الصورة هو 12 سم وطولها الحقيقي 3 مم، أوجد مقياس الرسم.

② تم عمل نموذج لقطعة أرض علي شكل مستطيل بعداه 6 سم، 5 سم حيث إن كل سم في النموذج يمثل 5أمتار في الحقيقة. فما هو محيط قطعة الأرض لعمل سياج حولها.

التقسيم التناسبي هو تقسيم شئ(مال أو أرض أو وزن أو...) إلي جزأين أو أكثر بنسبة معلومة.

مثال (3) إذا كانت النسبة بين عدد ذرات الهيدروجين إلي عدد ذرات الأكسجين في جزئ الماء كنسبة 2: 1 فما عدد ذرات كل منهما في جزء من قطرة ماء يحتوي علي 1,200,000 ذرة؟

الحل

نسبة الهيدروجين إلي الأكسجين هي 2: 1

مجموع الأجزاء $= 1 + 2 = 3$

قيمة الجزء $= \frac{1,200,000}{3} = 400,000$ ذرة

عدد ذرات الأكسجين $= 1 \times 400,000 = 400,000$ ذرة

عدد ذرات الهيدروجين $= 2 \times 400,000 = 800,000$ ذرة

حل آخر

الأكسجين	: الهيدروجين	: المجموع
1	2	3

عدد الذرات : عدد الذرات : 1,200,000

عدد ذرات الهيدروجين $= \frac{1,200,000 \times 2}{3} = 800,000$ ذرة

عدد ذرات الأكسجين $= \frac{1,200,000 \times 1}{3} = 400,000$ ذرة

مثال (4) أشترك ثلاثة أشخاص في إنشاء مصنع. دفع الأول 9,000,000 جنيه، ودفع الثاني 6,000,000 جنيه، ودفع الثالث 7,500,000جنيه، وكانت الأرباح في نهاية العام الأول 2,250,000 جنيه، ووزعت الأرباح حسب مساهمة كل منهم في رأس المال. احسب نصيب كل منهم من أرباح العام الأول.

الحل

الثالث	:	الثاني	:	الأول
7,500,000	:	6,000,000	:	9,000,000
(÷ 100000)				
75	:	60	:	90
(÷ 15)				
5	:	4	:	6

نسبة توزيع الأرباح 5 :4 :6

مجموع الأجزاء $= 5 + 4 + 6 = 15$

قيمة الجزء $= \frac{2,250,000}{15} = 150,000$جنيه

نصيب الأول $= 150,000 \times 6 = 900,000$ جنيه

نصيب الثاني $= 150,000 \times 4 = 600,000$جنيه

نصيب الثالث $= 150,000 \times 5 = 750,000$جنيه

تدريب(2)

① إذا أراد رجل توزيع مبلغ 3600 جنيه علي شخصين بنسبة 2 :3 فكم يكون نصيب كل منهما؟

② أشترك ثلاثة أشخاص في مشروع رأس ماله 500,000 جنيه بنسبة 3 :5 :2 احسب ما دفعه كل شخص من رأس المال.

تطبيقات النسبة المئوية

التخفيض (الخصم)

عند تخفيض سعر السلعة بمعدل $d\%$

قيمة التخفيض $= \frac{d}{100} \times$ سعر السلعة

سعر السلعة بعد التخفيض = السعر الأصلي – قيمة التخفيض

الإضافة (الزيادة)

عند زيادة سعر سلعة نتيجة إضافة ضريبة أو عمولة أو ربح بمعدل $t\%$

قيمة الزيادة $=$ سعر السلعة $\times \frac{t}{100}$

سعر السلعة بعد الزيادة $=$ السعر الأصلي $+$ قيمة الزيادة

مثال(5) إذا كان سعر التليفون المحمول في أحد المتاجر $12,750$ جنيهًا، تم تخفيض سعره بمعدل 8%. فكم يكون سعره بعد التخفيض؟

الحل

قيمة التخفيض بالجنيه $= 12,750 \times \frac{8}{100} = 1,020$

سعر التليفون المحمول بعد التخفيض بالجنيه

$= 12,750 - 1020 = 11,730$

مثال(6) حصلت ساندي علي معدل خصم 15% من ثمن حذاء رياضى من أحد المتاجر، فدفعت مبلغًا قدره 340 جنيهًا. فما السعر الأصلي للحذاء؟

الحل

السعر الأصلي $= p$

نسبة سعر الشراء إلي السعر الأصلي هي

$$100\% - 15\% = 85\%$$

$$p \times \frac{85}{100} = 340$$

$$p = 340 \div \frac{85}{100}$$

$$p = 340 \times \frac{100}{85} = 400$$

تدريب (3)

أعلن أحد المتاجر عن معدل خصم 20% على أى سلعة موجودة بالمتجر. ما سعر شراء قميص ثمنه قبل الخصم 420 جنيها؟

مثال(7) اشترك عمر في خدمة الإنترنت المنزلي بمبلغ 520 جنيهًا شهريًا مضافًا إليه معدل ضريبة 14% من سعر الخدمة.

فما قيمة الضريبة والمبلغ المدفوع من عمر شهريًا؟

الحل

قيمة الضريبة $= 520 \times \frac{14}{100} = 72.8$ جنيه

الاشتراك الشهرى $= 520 + 72.8 = 592.8$ جنيه

تدريب (4)

① إذا كان 498 جنيهًا هو سعر چاكت بعد خصم 17% من سعره الأصلي، فأوجد سعر الچاكت قبل الخصم.

② إذا كان سعر إطار السيارة 3200 جنيه. فكم يكون سعر بيع الإطار بعد إضافة ضريبة معدلها 10%؟

تمارين علي تطبيقات النسبة والتناسب

(1) أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

① إذا كان الطول في الرسم 2 سم والطول الحقيقي 6 متر، فما هو مقياس الرسم؟

(أ) 1:3 (ب) 1:30 (ج) 1:300 (د) 1:3,000

② إذا كان الطول الحقيقي 90 متر ومقياس الرسم 1:10,000 فما هو الطول في الرسم بالسنتيمتر؟

(أ) 0.09 سم (ب) 90 سم (ج) 9 سم (د) 0.9 سم

③ إذا كان مقياس الرسم 1:1,000 والطول في الرسم 2.5 سم. فما هو الطول الحقيقي بالمتر؟

(أ) 0.25 متر (ب) 25 متر (ج) 2.5 متر (د) 250 متر

---

(2) عددان النسبة بينهما 2:5 فإذا كان العدد الأصغر 48 ، فما هو العدد الأكبر؟

---

(3) قُسم مبلغ قدره 7,200 جنيه علي ثلاث أشخاص بنسبة 3:4:5، أوجد نصيب كل منهم.

(4) يتفاضى عُمـرا أجرًا ضعف ما يتقاضاه خالد، إذا كان مجموع أجريهما 36,000 جنيه. فما أجر كل واحد منهما؟

---

(5) إذا كانت المسافة الحقيقية بين مدينة القاهرة ومدينة دمياط تساوي 200 كم و المسافة بينهما علي الخريطة 5 سم. أوجد مقياس رسم هذه الخريطة .

---

(6) إذا كان مقياس الرسم علي الخريطة هو 1: 4,000,000 وكانت المسافة الحقيقية بين مدينتين تساوي 350 كم. أوجد المسافة علي الخريطة بين المدينتين.

---

(7) إذا كان النسبة بين أطوال أضلاع مثلث محيطه 135 سم هي 3 :5 :7 فأوجد طول أكبر أضلاعه.

---

(8) توفى رجل وترك ميراثًا قدره 150,000 جنيه عن زوجة وولدين وبنت، فإذا كان نصيب زوجته $\frac{1}{8}$ المبلغ، ويوزع الباقى علي ولديه الاثنين وبنته الوحيدة. فكم يكون نصيب البنت ونصيب الولد علمًا بأن نصيب الولد إلي نصيب البنت 2: 1 ؟

---

(9) تبلغ تكلفة وجبة 150 جنيهًا ويضاف 18% من سعر التكلفة ربحًا غن الوجبة، فما سعر بيع الوجبة.

---

(10) إذا كان سعر جهاز تيلفزيون 12,600 جنيه بعد تخفيض سعره بنسبة 16% ، فما سعر الجهاز قبل التخفيض؟

---

(11) تتكون سبيكة البرونز التي تُصنع من ثلاثة معادن هي النحاس والقصدير والزنك، بنسبة $\frac{1}{45} : \frac{1}{18} : \frac{1}{5}$ ، فإذا كانت كتلة إحدي الميداليات 425 جرامًا، فأوجد كتلة كل معدن من المعادن الثلاث.

---

(12) ترغب مريم في شراء مكنسة كهربائية ثمنها 6,800 جنيه، فإذا كان معدل الخصم 12%، فأوجد ما ستدفعه مريم لشراء المكنسة.

---

(13) إذا كان عدد طلاب مدرسة576، والنسبة بين عدد البنات إلي عدد البنين هي 3 :5 فأوجد الزيادة في عدد البنات عن عدد البنين.

---

(14) صُنع نموذج لبرج القاهرة بمقياس رسم 1: 200 ، فإذا كان طول برج القاهرة 187 مترًا، فما طول البرج في النموذج بالسنتيمتر؟

الدرس الثالث: المجموعات والعمليات عليها

المجموعة هي تجمع من الأشياء المعروفة والمحددة تحديدًا تامًا.
هذه الأشياء تسمي عناصر المجموعة، وتكتب داخل القوسين { }
دون تكرار ولا يشترط الترتيب.

التعبير عن المجموعة

طريقة السرد (القائمة)	طريقة الصفة المميزة	شكل فن
$A = \{0, 1, 2, 3\}$	$A = \{x : x \in N, x < 4\}$ حيث N مجموعة الأعداد الطبيعية.	A • 0 • 1 • 2 • 3

أنواع المجموعات

المجموعة المنتهية	المجموعة غير المنتهية	المجموعة الخالية
هي مجموعة تحتوي علي عدد منته من العناصر مثل: $x = \{2, 3, 5\}$ وعدد عناصرها 3 عناصر.	هي مجموعة تحتوى على عدد غير منته من العناصر مثل: $N = \{0,1,2, \dots\}$	هي مجموعة لا تحتوى على عناصر و يرمز لها بالرمز ϕ أو { } مثل: مجموعة الأعداد الصحيحة المحصورة بين 1 و2

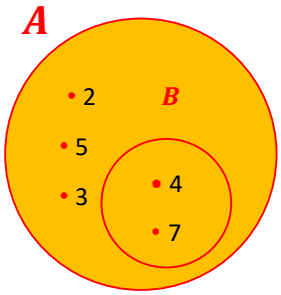
الاحتواء (المجموعات الجزئية)

بفرض أن: $A = \{2, 3, 4, 57\}$ و $B = \{4, 7\}$

تجد أن:

$4 \in B , 4 \in A$

$7 \in B , 7 \in A$



أي أن كل عنصر من عناصر المجموعة B ينتمي للمجموعة A

لذلك فنقول إن المجموعة B جزئية من المجموعة A

و يعبر عنها بالرمز: $B \subset A$

وتقرأ: B مجموعة جزئية من A أو A تحتوي على B
وعند تمثيلهما بشكل فن فأننا نرسم المجموعة B داخل المجموعة A

ملحوظة

- عدد المجموعات الجزئية من مجموعة عدد عناصرها n يساوي 2^n
- المجموعة الخالية ϕ ، المجموعةA نفسها تسمي مجموعة جزئية غير فعلية.

مثال(1)

أي المجموعات التالية جزئية من المجموعة $x = \{1, 3, 4, 5, 6\}$

① $A = \{3, 5, 9\}$ $9 \in A$ ،$9 \notin x$ ، لذلك $A \not\subset x$

② $B = \{1, 5, 6\}$ كل عنصر من عناصر B هو عنصر من عناصر x، لذلك $B \subset x$

مثال(2)

أكتب جميع المجموعات الجزئية من المجموعة $A = \{4, 6, 8\}$ وأذكر عددها.

الحل

$$\{4\}, \{6\}, \{8\}, \{4, 6\}, \{6, 8\}, \{4, 8\}, \{4, 6, 8\}, \phi$$

عددهم $= 8$

تدريب(1)

أي المجموعات التالية جزئية من المجموعة $x = \{2, 9, 3, 5\}$

① $A = \{1, 5, 9\}$

② $B = \{2, 3\}$

تدريب (2)

أوجد عدد المجموعات الجزئية من مجموعة تحتوي علي 5 عناصر.

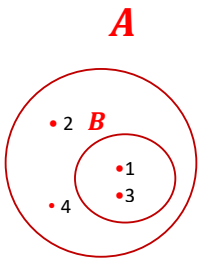
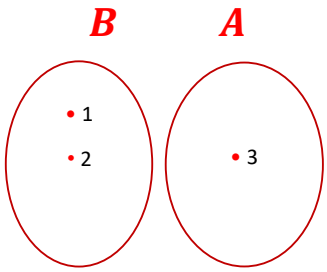
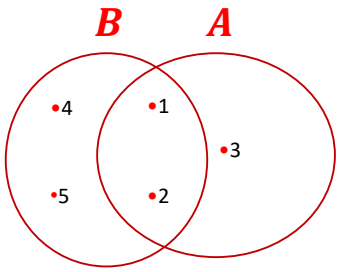
العمليات علي المجموعات

أولاً: اتحاد مجموعتين:

$A \cup B$ يساوي مجموعة العناصر التي تنتمي إلي المجموعة A أو المجموعة B

ثانيًا: تقاطع مجوعتين:

$A \cap B$ يساوي مجموعة العناصر المشتركة بين المجموعتين A, B

		
$A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$ $A \cap B = \{1, 3\}$	$A \cup B = \{1, 2, 3\}$ $A \cap B = \phi$	$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $A \cap B = \{1, 2\}$

مثال(3)

إذا كانت A هي مجموعة أرقام العدد 243، B هي مجموعة أرقام العدد 2234 فهل $A = B$؟ وما ناتج $A \cup B$ ، $A \cap B$ ؟

الحل

$$A = \{2, 4, 3\}$$
$$B = \{2, 3, 4\}$$
$$A = B$$
$$A \cup B = \{2, 4, 3\}$$
$$A \cap B = \{2, 3, 4\}$$

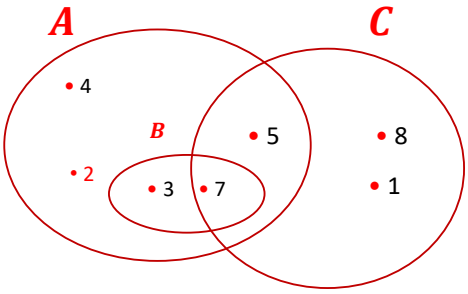
ملحوظة

إذا كان كل عنصر في A ينتمي إلي B، وكل عنصر في B ينتمي إلي A فإن $A = B$

ويكون $A \cup B = A \cap B = A = B$

تدريب (3)

إذا كانت $\{1, 3, x\} = \{7, y, 1\}$ قيمة $x - y$؟



تدريب (4)

من شكل فن المرسوم، أوجد:

① $A \cap B$

② $B \cup C$

③ $A \cap B \cap C$

④ $A \cup (B \cap C)$

تمارين علي المجموعات والعمليات عليها

(1) إذا كانت $B = \{3,4,5,6\}$ ، $A = \{1,2,3,4\}$ أوجد:

① $A \cup B$

② $A \cap B$

---

(2) إذا كانت $B = \{2,7\}$، $A = \{5,2,3,7\}$ أوجد:

① $A \cup B$

② $A \cap B$

---

(3) إذا كانت $C = \{7,2\}$ ، $B = \{4,5,7\}$ ، $A = \{5,2,3,7\}$

أوجد:

① $A \cap B \cap C$

② $A \cup B \cup C$

③ $(A \cup B) \cap C$

---

(4) استخدم طريقة السرد (القائمة) لكتابة كل من المجموعات التالية:

① A هي مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية الأقل من 12

② B هي مجموعة أرقام العدد 12332551

③ B هي مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة

④ $X = \{x: x \in z, x > -3\}$ حيث Z مجموعة الأعداد الصحيحة.

---

(5) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

① عدد المجموعات الجزئية لأي مجموعة لا يمكن أن يساوي.....

(أ) 16 (ب) 36 (ج) 64 (د) 128

② إذا كان عدد عناصر $A \cup B$ يساوي 5،فإن عدد عناصر A لا يمكن أن يساوي.....

(أ) 3 (ب) 4 (جـ) 5 (د) 6

③ إذا كان عدد عناصر $A \cap B$ يساوي 5،فإن عدد عناصر A لا يمكن أن يساوي.....

(أ) 4 (ب) 5 (جـ) 6 (د) 11

④ إذا كانت $\{3, 6, 7, x\} = \{6, y, 3, 5\}$ فما قيمة $y - x$ ؟

(أ) -12 (ب) -2 (جـ) 2 (د) 12

⑤ إذا كانت $A = \{5, 7\}$ فما عدد المجموعات الجزئية من المجموعة A ؟

(أ) 2 (ب) 4 (جـ) 6 (د) 8

⑥ إذا كانت $\{5, 7, 4\} \subset \{3, x, 4, y, 8\}$ فما قيمة $x + y$ ؟

(أ) 5 (ب) 8 (جـ) 7 (د) 12

⑦ إذا كانت $x \in \{2, 5, 8\}$ ، فما القيمة التي لا يمكن أن تساوي x؟

(أ) 2 (ب) 5 (جـ) 3 (د) 8

⑧ إذا كانت $A = \{4, 2, 7\}$ وكانت $B \subset A$ فأي مما يلى يمكن أن تكون المجموعة B ؟

(أ) $\{4, 6\}$ (ب) $\{1, 3, 5\}$ (جـ) $\{4, 3, 7\}$ (د) $\{2, 7\}$

⑨ إذا كانت $A = \{8, 9, 6\}$ ، $B = \{2, 6, 7\}$ فما المجموعة التي تعبر عن $A \cap B$ ؟

(أ) $\{6\}$ (ب) $\{2, 7\}$ (جـ) $\{8, 9\}$ (د) $\{2, 6, 7, 8, 9\}$

الدرس الرابع: العمليات علي الأعداد الصحيحة

مجموعة الأعداد الصحيحة $(Z) = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

- **تتكون مجموعة الأعداد الصحيحة** من مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة، والصفر، و مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة.
- **مجموعة الأعداد الصحيحة** هي مجموعة مرتبة، وتتزايد علي خط الأعداد من اليسار إلي اليمين.

عملية جمع الأعداد الصحيحة

- **العددان موجبان** نحط الموجب ونجمع.
- **العددان سالبان** نحط السالب ونجمع.
- **العددان أحدهم سالب والآخر موجب** نحط إشارة العدد الكبير ونطرح، لمعوفة العدد الأكبر نأخذ قيمة مطلقة للأعداد.
- **خواص عملية الجمع**

مغلقة: مجموع أي عددين صحيحين هو عدد صحيح $a + b \in z$

إبدالية: $a + b = b + a$

دامجة: $(a + b) + c = a + (b + c)$

وجود محايد جمعي هو (0)**:** $a + 0 = a$

وجود معكوس جمعي: $a + (-a) = 0$

مثال(1)

أوجد ناتج كل مما يأتي:

① $7 + 13 = 20$ العددان موجبان إذن نحط الموجب ونجمع.

② $(-7) + (-13) = -20$ العددان سالبان إذن نحط السالب ونجمع.

③ $7 + (-13) = -6$ العددان أحدهم سالب والآخر موجب إذن نحط إشارة العدد الكبير ونطرح.

④ $7 - 13 = 6$ العددان أحدهم سالب والآخر موجب إذن نحط إشارة العدد الكبير ونطرح.

تدريب(1)

أوجد ناتج كل مما يأتي:

① $9 + 6$

② $(-9) + (-6)$

③ $9 + (-6)$

④ $6-9$

تدريب(2)

باستخدام خط الأعداد أوجد ناتج كل مما يأتي:

① $-5+(-3)$

② $4+(-7)$

عملية طرح الأعداد الصحيحة

عملية طرح b من a هى نفسها عملية جمع العدد a المعكوس مع المعكوس الجمعي للعدد b

$$a-b=a+(-b)$$

مثال(2)

أوجد ناتج كل مما يأتي:

① $3-4=3+(-4)=-1$ العددان أحدهم سالب والآخر موجب إذن نحط إشارة العدد الكبير ونطرح.

② $-4-2=-4+6=2$ العددان أحدهم سالب والآخر موجب إذن نحط إشارة العدد الكبير ونطرح.

تدريب (3)

أوجد ناتج كل مما يأتي:

① $6-10$

② $-4-8$

③ $-5-(-12)$

عملية ضرب الأعداد الصحيحة

- عملية الضرب هي عملية جمع متكرر.
- **خواص عملية الضرب**

مغلقة: حاصل ضرب أى عددين صحيحين هو عدد صحيح $a\times b\in z$

إبدالية: $a\times b=b\times a$

دامجة: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

وجود محايد ضربي هو 1: $a \times 1 = a$

خاصية توزيع الضرب علي الجمع والطرح: $a \times (b \pm c) = a \times b \pm a \times c$

- حاصل ضرب عددين لهم نفس الإشارة هو عدد موجب.
- حاصل ضرب عددين مختلفين في الإشارة هو عدد سالب.
- حاصل ضرب أي عدد في صفر يساوي صفر.

قاعدة الإشارات في الضرب

$+ \times + = +$

$- \times - = +$

$- \times + = -$

$- \times + = -$

مثال(3)

أوجد ناتج كل مما يأتي:

① $3 \times -3 = (-3) + (-3) + (-3) = -9$

② $-2 \times 4 = (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = -8$

تدريب(4)

أوجد ناتج كل مما يأتي:

① 5×-3

② $(-3) \times 2$

③ $(-2) \times (-7)$

④ $-(-4) \times (-5)$

عملية قسمة الأعداد الصحيحة

- خارج قسمة عددين لهم نفس الإشارة هو عدد موجب.
- خارج قسمة عددين مختلفين في الإشارة هو عدد سالب.
- خارج قسمة صفر علي أي عدد يساوي صفر.
- خارج قسمة أي عدد علي صفر غير ممكن.

قاعدة الإشارات في القسمة

$+ \div + = +$

$- \div - = +$

$- \times + = -$

$- \div + = -$

مثال(4)

أوجد خارج القسمة في كل من الحالات الآتية:

① $25 \div (-5) = -5$

② $(-27) \div (-9) = 3$

تدريب(5)

أوجد خارج القسمة في كل من الحالات الآتية:

① $(-33) \div (-11)$

② $(-16) \div 4$

تمارين علي العمليات علي الأعداد الصحيحة

(1) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

① **أى من نواتج الجمع التالية تكون إشارته موجب؟**

(أ) $19 + (-26)$ (ب) $-35 + 17$

(جـ) $-25 + (-12)$ (د) $40 + (-48)$

② **أى من نواتج الضرب التالية تكون إشارته سالبة؟**

(أ) $-3 \times (-9)$ (ب) -2×5

(جـ) $0 \times (-5)$ (د) $-1 \times (-1)$

③ **أى مما يلى يساوي -5؟**

(أ) $0 \div (-5)$ (ب) $1 \div (-5)$

(جـ) $-25 \div (-5)$ (د) $-25 \div (5)$

④ أى مما يلى يكافئ عملية الطرح $-5-(-8)$ ؟

(أ) $5-8$ (ب) $8-5$

(جـ) $5+8$ (د) $-8-5$

---

(2) أوجد ناتج كل مما يلى:

① $-4-5$ ② $6+(-4)$

③ $7+(-7)$ ④ $18-40$

⑤ $-17-(-24)$ ⑥ $9-(-105)$

---

(3) أوجد ناتج كل مما يلى:

① -3×7 ② $15 \div (-3)$

③ 7×9 ④ $-72 \div (-9)$

⑤ $-65 \div (-13)$ ⑥ $420 \div (-15)$

---

(4) استخدم خواص الجمع أو الضرب لإيجاد ناتج كل مما يلى:

① $-6+(-12)+6$

② $-4\times(-19)\times 25$

③ -9×102

---

(5) إذا كانت $b=-5$ ، $a=15$ فأوجد الناتج في كل مما يأتي:

① $b-(-a)$ ② $a-b$ ③ $|3-b|$ ④ $|9-a|$

⑤ $|a\times b|$ ⑥ $15 \div b$

---

(6) متي تكون المعادلة $a+|a|=0$ صحيحة؟

الدرس الخامس: العمليات علي الأعداد النسبية

- مجموعة الأعداد النسبية (Q) هي مجموعة جميع الأعداد التى يمكن كتابتها علي صورة كسر $\frac{a}{b}$ حيث a, b عددان صحيحان، $b \neq 0$
- $Q = \left\{\frac{a}{b} : a \in Z, b \in Z, b \neq 0\right\}$
- مجموعة أعداد العد، و مجموعة الأعداد الطبيعية، و مجموعة الأعداد الصحيحة جميعها مجموعات جزئية من مجموعة الأعداد النسبية.

الصور المختلفة للعدد النسبى

- كتابة العدد النسبى في صورة نسبة مئوية .

مثلاً: $\frac{1}{2} = 50\%$ ، $2\frac{1}{4} = 225\%$

- كتابة العدد النسبى في صورة كسر عشرى منته.

مثلاً: $\frac{2}{5} = 0.4$ ، $1\frac{3}{4} = 1.75$

- كتابة العدد النسبي في صورة عدد عشرى غير منته (دائر).

مثلاً: $\frac{2}{9} = 0.222\ldots = 0.\overline{2}$

يقرأ 0.2 دائر

جمع الأعداد النسبية

- إذا كان $\frac{a}{c}, \frac{b}{c}$ عددين نسبيين مقاماهما متساويان فإن: $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$
- إذا كان $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ عددين نسبيين مقاماهما مختلفان فإن: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$

• خواص عملية الجمع

مغلقة: مجموع أي عددين نسبيين هو عدد نسبي $\frac{a}{c} + \frac{b}{d} \in Q$

إبدالية: $\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{b}{d} + \frac{a}{c}$

دامجة: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{x}{y} = \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{x}{y}$

وجود محايد جمعى (0): $\frac{a}{b} + 0 = \frac{a}{b}$

وجود معكوس جمعى: $\frac{a}{b}+\left(-\frac{a}{b}\right)=0$

مثال(1)

أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة:

① $-\frac{5}{8}+\frac{3}{8}=\frac{-5+3}{8}=-\frac{2}{8}=-\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{4}+\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{3+(-4)}{12}=\frac{-1}{12}$

③ $2.6+{}^{2}.\bar{6}=\frac{26}{10}+\frac{8}{3}=\frac{78+80}{30}=\frac{158}{30}=\frac{79}{15}$

تدريب(1)

أوجد ناتج كل مما يأتي:

① $\frac{3}{7}+\left(-\frac{6}{7}\right)$

② $\left|-\frac{8}{9}\right|+2\frac{1}{9}$

③ $-\frac{1}{5}+\frac{2}{3}$

④ ${}^{0}.\bar{4}+1\frac{2}{3}$

مثال(2)

أوجد ناتج كل مما يلى باستخدام خواص جمع الأعداد النسبية:

① $-\frac{3}{5}+\frac{2}{15}+\frac{8}{5}$

الحل

$-\frac{3}{5}+\frac{2}{15}+\frac{8}{5}=-\frac{3}{5}+\frac{8}{5}+\frac{2}{15}$ (الإبدال)

$$= (\frac{3}{5} + \frac{8}{5}) + \frac{2}{15}$$ (الدمج)

$$1 + \frac{2}{15} = 1\frac{2}{15}$$

---

② $-\frac{7}{4} + \frac{2}{5} + \frac{7}{4}$

الحل

$$-\frac{7}{4} + \frac{2}{5} + \frac{7}{4} = -\frac{7}{4} + \frac{7}{4} + \frac{2}{5}$$ (الإبدال)

$$= 0 + \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$$ (المحايد الجمعي)

تدريب(2)

استخدم خواص جمع الأعداد النسبية في إيجاد كل مما يلى:

① $-\frac{2}{7} + 1 + \frac{4}{14}$

② $1\frac{1}{4} + 0.6 + -\frac{1}{4}$

طرح الأعداد النسبية

عملية طرح $\frac{c}{d}$ من $\frac{a}{b}$ هي نفسها عملية جمع العد $\frac{a}{b}$ مع المعكوس الجمعى للعدد $\frac{c}{d}$ إذا كان عددين نسبيين فإن: $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \left(-\frac{c}{d}\right)$

مثال(3)

أوجد ناتج كل مما يلى:

① $2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4} = \frac{5}{2} - \frac{13}{4} = \frac{20-26}{8} = \frac{-6}{8} = -\frac{3}{4}$

② $-3\frac{2}{3} - 2\frac{5}{6} = -\frac{11}{3} - \frac{17}{6} = \frac{-66-51}{18} = \frac{-117}{18} = -\frac{13}{2}$

③ $35\% - \left|\frac{-3}{5}\right| = \frac{35}{100} - \frac{3}{5} = \frac{175-300}{500} = \frac{-125}{500} = -\frac{1}{4}$

④ $0.36 - \frac{2}{25} = \frac{36}{100} - \frac{2}{25} = \frac{9}{25} - \frac{2}{25} = \frac{9-2}{25} = \frac{7}{25}$

تدريب(3)

أوجد ناتج كل مما يأتى:

① $\frac{3}{5} - \left(-\frac{1}{2}\right)$

② $4\frac{7}{10} - 1\frac{3}{5}$

③ $20\% - 0.\overline{16}$

ضرب الأعداد النسبية

- إذا كان $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ عددين نسبيين فإن $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$
- عند ضرب الصفر في أي عدد نسبى يكون حاصل الضرب يساوى صفر.
- لا يوجد معكوس ضربى للعدد صفر لأن القسمة علي صفر ليس لها معنى.
- **خواص عملية الضرب**

مغلقة: حاصل ضرب أى عددين نسبيين هو عدد نسبى $\frac{a}{c} \times \frac{b}{d} \in Q$

إبدالية: $\frac{a}{c} \times \frac{b}{d} = \frac{b}{d} \times \frac{a}{c}$

دامجة: $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \times \frac{x}{y} = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \times \frac{x}{y}$

وجود المحايد الضربى (1): $\frac{a}{b} \times 1 = \frac{a}{b}$

وجود المعكوس الضربى: $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$

توزيع الضرب علي الجمع: $\frac{x}{y} \times \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) = \frac{x}{y} \times \frac{a}{b} + \frac{x}{y} \times \frac{c}{d}$

مثال (4)

① $\frac{4}{3}\times\frac{6}{7}=\frac{4\times6}{3\times7}=\frac{24}{21}=\frac{8}{7}$

② $\frac{1}{2}\times6\frac{2}{7}=\frac{1}{2}\times\frac{44}{7}=\frac{1\times44}{2\times7}=\frac{44}{14}=\frac{22}{7}$

تدريب(4)

① $0.3\times\left(-\frac{4}{9}\right)$

② $-3\frac{1}{4}\times\left(-1\frac{1}{2}\right)$

③ $25\%\times2\frac{1}{2}$

ملحوظة

المعكوس الضربى للعدد النسبى $\frac{a}{b}$ هو $\frac{b}{a}$ (حيث $a\neq0$)

مثلاً:

$\frac{3}{8}$ معكوسه الضربى $\frac{8}{3}$

-2 معكوسه الضربى $-\frac{1}{2}$

قسمة الأعداد النسبية

عملية قسمة الأعداد النسبية هى الضرب فى المعكوس الضربى للمقسوم عليه.

إذا كان $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ عددين نسبيين فإن $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$ حيث $\frac{c}{d}\neq0$

مثال(5)

أوجد خارج قسمة كل مما يأتى:

① $-\frac{2}{3}\div\frac{4}{9}=-\frac{2}{3}\times\frac{9}{4}=\frac{-2\times9}{3\times4}=\frac{-3}{2}$

② $-3\frac{3}{4} \div \left(-2\frac{1}{4}\right) = \frac{-15}{4} \div \frac{-9}{4} = -\frac{15}{4} \times -\frac{4}{9} = \frac{5}{3}$

تدريب(5)

أوجد خارج قسمة كل مما يأتى:

① $\frac{4}{7} \div \frac{12}{7}$

② $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \div \left(-3\frac{3}{4}\right)$

تمارين العمليات علي الأعداد النسبية

(1) أوجد ناتج كل مما يلى:

① $-\frac{3}{5} - \frac{9}{5}$

② $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$

③ $\frac{1}{4} + \frac{25}{8}$

④ $\frac{5}{9} + \left|-\frac{4}{9}\right|$

⑤ $\frac{3}{4} + 50\%$

⑥ $3\frac{2}{7} + 2\frac{3}{7}$

---

(2)أوجد ناتج كل مما يلى:

① $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7}$

② $\frac{2}{5} + 0.25$

③ $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6}$

④ $-\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$

⑤ $0 \div \frac{3}{5}$

⑥ $\frac{4}{5} \div \frac{3}{7}$

(3) أوجد ناتج كل مما يلى:

① $\frac{5}{8}+\left(-\frac{7}{8}\right)$ $\quad -\frac{5}{8}\div\frac{5}{8}$

② $-2.125+2.6+\left(-7\frac{21}{24}\right)$

③ $-\frac{3}{4}\times\left(-2\frac{2}{5}\right)$

④ $-\frac{4}{5}\div\left(-4\frac{2}{5}\right)$

---

(4) أوجد قيمة x:

① إذا كان $-\frac{5}{12}-\left(-\frac{7}{6}\right)=\frac{1}{6}+x$

② إذا كان $\frac{2}{7}-\left(-\frac{11}{21}\right)=\frac{11}{21}-x$

---

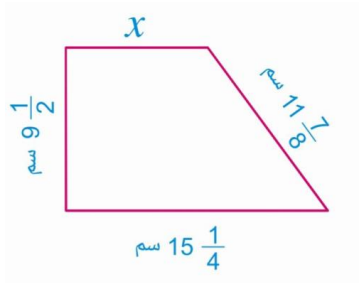
(5) إذا صعدت سمكة قرش من عمق 152.5 متر تحت سطح البحر مسافة 124.1 متر، أين موقع سمكة القرش بالنسبة لسطح البحر بعد صعودها؟

---

(6) أحد متسلقي الجبال يتسلق جبلاً ارتفاعه $1\frac{1}{2}$ كيلو متر عن سطح الأرض، فكم يكون ارتفاعه عن سطح الأرض عند صعود $\frac{2}{3}$ ارتفاع الجبل؟

---

(7) إذا كان محيط الشكل يساوي 44 سم، فأوجد قيمة x بالسنتيمتر؟.



الوحدة الثانية: الجبر

الوحدة الثانية		
الجبر		
(1)	التعبيرات والصيغ الرياضية	32
(2)	المعادلات الخطية	42

الدرس الأول: التعبيرات والصيغ الرياضية

المتغير: هو رمز يعبر عن كمية مجهولة.

التعبير الرياضى

تعبير رياضى عددى	تعبير رياضى جبرى(مقدار جبرى)
يتكون من عدد أو من أعداد بينها عملية حسابية أو أكثر $(-,+,\times,\div)$. **مثل:** 5 $4+5$ $2\times(5-7)$ $4\div2\times(3-2)$	يتكون من(متغير أو أكثر) أو(أعداد و متغيرات) بينها عملية حسابية أو أكثر$(-,+,\times,\div)$. مثل: xy $2\times n$ $\frac{m}{4}$ $3x-1$

المعادلة والمتباينة

المعادلة	المتباينة
تتكون من تعبيرين رياضيين بينهما علامة التساوي $(=)$. **مثل:** $2x=5$ $\frac{x}{3}=5$ $3y-4=2y$	تتكون من تعبيرين رياضيين بينهما علامة واحدة من علامات التباين $(<,>,\geq,\leq)$. **مثل:** $x<-2$ $2x-1>3$ $x+3<-2x$

ملحوظة

عند ضرب المتغيرات، أو ضرب عدد في متغير يمكن الاستغناء عن علامة الضرب $\times$

مثال:

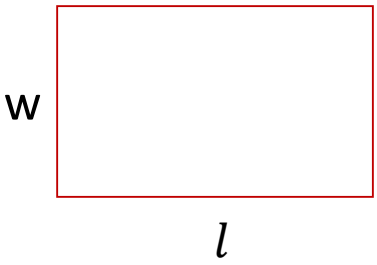
$l\times w$ يمكن أن تكتب lw

$2n$ يمكن أن تكب $n \times 2$

الصيغة الرياضية: هي حقيقة أو قاعدة أو مبدأ يعبر عنه بصورة رياضية مثل المعادلة أو المتباينة أو صورة رياضية أخرى.

مثل: مساحة المستطيل (A) = الطول $l \times$ العرض w

$$A = l \times w$$



مثال(1)

عبر عن كل مما يأتى بصورة رياضية:

① تكلفة أحمد لشراء 5 تذاكر لدخول السينما بسعر x جنيه للتذكرة، و 3 أكياس فيشار بسعر y جنيه للكيس بعد حصوله علي خصم 20 جنيهًا علي مجمل مشترياته.

الحل

$$5x + 3y - 20$$

② السرعة x كم/س التي يمكن أن تتحرك بها سيارة تسير علي طريق (القاهرة-الإسكندرية الصحراوى يجب أن لا تزيد عن 120 كم/س

الحل

$$x \leq 120$$

③ ضعف العدد x مضافًا إليه 5 يساوي 1

الحل

$$2x + 5 = 1$$

④ مساحة المربع (A) الذي طول ضلعه (l)

الحل

$$A = l^2$$

تدريب(1)

① اكتب المقدار الجبرى الذى يعبر عن طرح 5 من ثلاثة أمثال العدد x

② اكتب الصيغة الرياضية التى تعبر عن حجم المكعب (V) الذى طول حرفه x

---

الحدود الجبرية

الحد الجبرى: ينتج الحد الجبرى من حاصل ضرب أو خارج قسمة عدد لا يساوى الصفر ومتغير واحد علي الأقل، ويسمى هذا العدد معامل الحد الجبرى.

أمثلة:

حد جبري

$3\,y$

معامل — متغير

حد جبري

$4xy$

معامل — متغير

الحدود الجبرية المتشابهة: هى الحدود التى لها نفس المتغيرات بالأسس ذاتها حتى لو اختلفت في معاملاتها.

$-3x^2, 4x^2$ متشابهان.

$4y, \frac{1}{2}y^2$ حدان غير متشابهين لاختلاف أس المتغير.

$2n^2m, 2nm^2$ حدان غير متشابهين لاختلاف أس المتغير.

مثال(2)

اكتب الحدود المتشابهة فى كل مجموعة مما يأتى:

① $2x, 5y, 3x$

الحل

الحدان $2x, 3x$ متشابهان.

② $a^2, -a, 3a^3, 5$

الحل

لا يوجد حدود متشابهة.

③ $5y, 3xy, -2yx, 3x$

الحل

الحدان $3xy, -2yx$ متشابهان.

④ $4x, 5y, -3x, 2$

الحل

الحدان $4x, -3x$ متشابهان، الحدان $5y, 2y$ متشابهان.

مثال(3)

المقدار الجبرى $4x + 3y - 8xy - 6$ له أربعة حدود، اكتب:

① حدود المقدار الحل $4x, 3y, -8xy, -6$

② الحد الثابت الحل -6

③ معامل xy الحل -8

④ المتغير الذى معامله 3 الحل y

تدريب(2)

① ضع الحدود المتشابهة في مجموعات

$$4x, 5y, 2xy, -3x, -5xy, 8y, 6x^2$$

② المقدار الجبرى $5x - 7y + 1$ له ثلاثة حدود، اكتب:

1. حدود المقدار
2. الحد الثابت
3. المتغير الذى له أصغر معامل
4. معامل x

تبسيط المقدار الجبرى

- يكون المقدار الجبرى في أبسط صورة عندما لا يحتوى علي حدود متشابهة.
- يمكن وضع المقدار الجبرى في أبسط صورة بجمع الحدود المتشابهة بعد إزالة الأقواس إن وجدت باستخدام خاصية التوزيع.

مثال(4)

اختصر(بسط) كلاً من المقدرين الجبريين الآتيين:

① $-x+2y-8y+5x+7$

الحل

$= -x+5x+2y-8y+7$ (خاصية الإبدال)

$= (-x+5x)+(2y-8y)+7$ (خاصية التجميع)

$= (-1+5)x+(2-8)y+7$ (جمع معاملات الحدود المتشابهة)

$= 4x-6y+7$ (كتابة المقدار فى أبسط صورة)

② $2(x-4)-3(x-2)$

الحل

$= 2x-8-3x+6$ (استخدام خاصية التوزيع فى فك الأقواس)

$= 2x-3x-8+6$ (خاصية الإبدال)

$= (2x-3x)+(-8+6)$ (خاصية التجميع)

$= (2-3)x-8+6$ (جمع معاملات الحدود المتشابهة)

$= -x-2$ (كتابة المقدار فى أبسط صورة)

تدريب(3)

اختصر(بسط) كلاً من المقادير الجبرية الآتية:

① $2x + 4y + x - 7y$

② $5a + 2a - b + 3b$

③ $13x - 7 + 8x + 1$

④ $3(x - 7) - 5(2x - 5)$

جمع المقادير الجبرية

مثال(5)

قام شخص بتوزيع مبلغ من المال على ثلاثة أشخاص، فأعطى الأول $(x + 5)$ جنيهاً، وأعطى الثانى $(2x + 3)$ جنيهاً، وأعطى الثالث $(3x - 1)$ جنيهاً

اكتب فى أبسط صورة المقدار الجبرى يعبر عن المبلغ الذى تم توزيعه.

و إذا كانت $x = 20$،فما قيمته؟

الحل

$$= x + 5 + 3x - 1 + 2x + 3$$

$$= x + 3x + 2x + 5 - 1 + 3$$

$$= (1 + 3 + 2)x + 7 = 6x + 7$$

عند $x = 20$ فإن قيمة المبلغ بالجنيهات هي

$$6x + 20 = 120 + 7 = 127$$

تدريب(4)

يقرأ عمر كتابًا فى ثلاثة أيام، قرأ في اليوم الأول x صفحة ،فى اليوم التالى قرأ 31صفحة، وفى اليوم الثالث قرأ $(2x + 17)$صفحة، اكتب مقدارًا جبريًا فى أبسط صورة يعبر عن عدد صفحات الكتاب التى قرأها عمر.

ثم أوجد عدد الصفحات التى قرأها عند $x = 20$

طرح المقادير الجبرية

ملحوظة

$$-(x+y) = -x - y$$
$$-(x-y) = -x + y$$
$$-(-x-y) = x + y$$
$$-(-x+y) = x - y$$

مثل(6)

إذا كان سعر نموذج سيارة أطفال $5x$ جنيهاً، يشتريه أحد التجار بتخفيض قدره 10جنيهات، وبعد تجميع النموذج يقوم ببيعه بسعر $(6x+7)$ جنيهاً، اكتب مقداراً جبريًا يعبر عن ربح التاجر.

وإذا كانت $x = 40$ فكم ربح التاجر؟

الحل

سعر الشراء هو $5x - 10$

سعر البيع هو $6x + 7$

الربح هو سعر البيع مطروحًا منه سعر الشراء.

$$= (6x+7) - (5x-10)$$
$$= 6x + 7 - 5x + 10$$
$$6x - 5x + 7 + 10$$
$$(6-5)x + 17 = x + 17$$

عند $x = 40$ فإن مقدار ربحه التاجر بالجنيه هو

$$= 40 + 17 = 57$$

تدريب(5)

قرر محمد أن يقرأ كتاباً عدد صفحاته $(7x+31)$ صفحة، فقرأ خلال ثلاثة أيام $(4x+17)$صفحة.

كم صفحة تتبقى لمحمد حتى يتم قراءة صفحات الكتاب بالكامل؟

تمارين على التعبيرات والصيغ الرياضية

(1) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

① ما التعبير الرياضى الذى يعبر عن طرح (-2) من x ؟

(أ) $x-2$ (ب) $2-x$ (جـ) $-2-x$ (د) $x+2$

② ما الصيغة الرياضية التى تعبر عن المساحة (A) لمتوازي أضلاع طول قاعدته (l) وارتفاعه (h)؟

(أ) $A=\frac{1}{2}lh$ (ب) $A=l+h$ (جـ) $A=lh$ (د) $A=\frac{l}{h}$

③ ما الصيغة الرياضية التى تعبر عن المساحة (A) لمثلث طول قاعدته (l) وارتفاعه (h) ؟

(أ) $A=\frac{1}{2}lh$ (ب) $A=l+h$ (جـ) $A=lh$ (د) $A=\frac{l}{h}$

④ ما المعادلة المناسبة لإيجاد طول ضلع مثلث متساوي الأضلاع محيطه 12 سنتيمتر؟

(أ) $x+3=12$ (ب) $3x=12$ (جـ) $2x=12$ (د) $x=12$

⑤ ما المعادلة المناسبة لإيجاد طول ضلع مربع محيطه 20 سنتيمتر؟

(أ) $x+4=20$ (ب) $5x=20$ (جـ) $4x=20$ (د) $x=20$

⑥ ما المتباينة التي تعبر عن أن الطول n سنتيمتر المناسب لاختيار شخص لممارسة إحدى الألعاب الرياضية يجب أن لا يقل عن 180 سنتيمتر؟

(أ) $n<180$ (ب) $n>180$ (جـ) $n\leq 180$ (د) $n\geq 180$

⑦ أى مما يلى حدان جبريان متشابهان؟

(أ) $2x,-2x^2$ (ب) $3a,8a$ (جـ) $7x,7$ (د) x^2,y^2

⑧ أى مما يلى حدان جبريان متشابهان؟

(أ) $2x,x^2$ (ب) $7x^2,2x^7$ (جـ) $-3y^2x,3xy^2$ (د) $2x^2,2y^2$

⑨ أى مما يلى يساوى $5a$ ؟

(أ) $3+2a$ (ب) $2+3a$ (جـ) $3a+2a$ (د) $5+a$

(2) عبر رياضيًا عن كل مما يأتي:

① عمر سالي منذ 5 سنوات إذا كان عمرها الآن x سنة.

② عمر علي بعد 7 سنوات إذا كان عمره الآن x سنة.

③ محيط المثلث p إذا كان أطوال أضلاعه هي a, b, c.

④ مستطيل بعداه x, y و مساحته 36 سنتيمتر مربع.

⑤ مستطيل بعداه x, y و محيطه 24 سنتيمتر.

⑥ باسم يملك عدد x ورقة نقود فئة 1 جنيه، وعدد y ورقة نقود فئة 5 جنيهات، وعدد z ورقة نقود فئة 10 جنيهات.

⑦ الوسط الحسابي للعددين x, y لايقل عن 18.

---

(3) اكتب المقادير الجبرية الآتية في أبسط صورة:

① $7m - 2n - 7m + 1$

② $-2n + 3(n - 1)$

③ $3(2x - 5) - 4(x - 6)$

④ $3t(t - x) + 4t(2t + x)$

⑤ $3x(4x - 2) - 4x(3x - 2)$

⑥ $3y(4y - 1) + 2y(y + 3) - 5y(2y - 1)$

⑦ $x - 2 + 2x - 5$

⑧ $2x + 5y + 6x + 7y - 2$

---

(4) أوجد قيمة كل من التعبيرات الآتية إذا علمت أن:

$F = -1, d = 4, b = 3, a = 8$

① $-\frac{a}{4}$

② $b^2 - 2F$

③ $aF + 3d$

---

(5) أوجد قيمة كل من التعبيرات الآتية إذا علمت أن:

$x = 1, y = -2, z = 3$

① $x^2 + y^2$

② $2x + z - 3y$

③ $xy + x^2yz$

---

(6) تحصل ندى علي أجر قدره x جنيهًا في الساعة في وظيفتها.

① كم تكسب ندى إذا عملت 5 ساعات؟

② إذا حصلت ندى على زيادة فى الأجر قدرها 3 جنيهات فى الساعة، فما أجرها الجديد في 5 ساعات؟

---

(7) مدرسة بها عدد $(8x + 15)$ بنتاً، $(7x - 10)$ ولدًا اكتب تعبيراً رياضيًا يوضح مقدار زيادة عدد البنات عن عدد الأولاد في هذه المدرسة .

---

(8) تقاس درجة الحرارة بمقياس فهرنهايت $(°F)$ أو بمقياس الدرجة المئوية $(°C)$ استخدم الصيغة الرياضية $F = 1.8C + 32$ لتحويل درجة الحرارة $30°C$ إلى مقياس فهرنهايت.

---

(9) اكتب المعاملات الناقصة لتكون المعادلة التالية صحيحة:

$10x + 6y - \cdots x + \cdots y = 3x + 8y$

الدرس الثانى: المعادلات الخطية

المعادلة: هى جملة رياضية تعبر عن تساوى تعبيرين رياضيين.

معادلات فى متغير (مجهول) واحد

$x + 2 = 5$ معادلة خطية

$4x^2 + 1 = 4$ معادلة تربيعية

$x^3 + x = 2$ معادلة تكعيبية

المعادلات الخطية

$x + 5 = 2$ معادلة فى متغير واحد

$x + 2y = 6$ معادلة فى متغيرين

تكوين المعادلة

مثال(1)

عبر عن كل من المواقف الآتية بمعادلة مناسبة:

① **عند إضافة 5 إلى عدد كان الناتج (-3)**

الحل

$$x + 5 = -3$$

② عند طرح 15 من ضعف عدد كان الناتج 12

الحل

$$2x - 15 = 12$$

③ مجموع ثلاث أعداد فردية متتالية يساوى 87

الحل

$$y + (y + 2) + (y + 4) = 87$$

تدريب(1)

عبر عن كل من المواقف الآتية بمعادلة مناسبة:

① عند إضافة 3 إلى عدد كان الناتج 0

② عند طرح (-8) من ثلاثة أمثال عدد كان الناتج (-5)

③ مجموع عددين زوجين متتاليين يساوى 54

حل المعادلة

- **مجموعة التعويض**

هى المجموعة التى تنتمى إليها القيم المحتملة للمجهول فى المعادلة.

- **مجموعة حل المعادلة**

هى مجموعة القيم التى تنتمى لمجموعة التعويض وتحقق تساوى طرفى المعادلة.

- مجموعة حل المعادلة هى مجموعة جزئية من مجموعة التعويض.
- المعادلات الخطية فى مجهول واحد التى لها نفس الحل تسمى معادلات متكافئة

فمثلا:

$$2x + 7 = 19$$
$$2x = 12$$
$$x = 6$$

هى معادلات متكافئة

حل المعادلات باستخدام طريقة التعويض

مثال(2)

أوجد مجموعة حل المعادلة $2x+1=7$ كانت مجموعة التعويض هى $\{2,3,4\}$

قيم x الموجود بمجموعة التعويض	2	3	4
التعويض بقيم x في المعادلة	$2(2)+1=5$ $5\neq 7$	$2(3)+1=7$ $7=7$	$2(4)+1=9$ $9\neq 7$
هل طرفا المعادلة متساويان؟	✗	✓	✗

بالتالى يكون حل المعادلة $x=3$

مجموعة حل المعادلة $=\{3\}$

خواص علاقة التساوى

① خاصية الجمع أو الإضافة:

يمكن جمع أو إضافة نفس العدد إلى طرفى المعادلة ويبقى الطرفان متساويان.

إذا كان $A=B$ فإن $A+C=B+C$

مثلاً $x-2=5$ فإن $x-2+2=5+2$

② خاصية الطرح أو الحذف:

يمكن طرح أو حذف نفس العدد إلى طرفى المعادلة ويبقى الطرفان متساويان.

إذا كان $A=B$ فإن $A-C=B-C$

مثلاً $x+2=5$ فإن $x+2-2=5-2$

③ خاصية الضرب:

يمكن ضرب طرفى المعادلة فى نفس العدد ويبقى الطرفان متساويان.

إذا كان $A = B$ فإن $A \times C = B \times C$

مثلاً $\frac{1}{3}x = 5$ فإن $3 \times \frac{1}{3}x = 3 \times 5$

---

④ خاصية القسمة:

يمكن قسمة طرفى المعادلة على نفس العدد(ماعدا الصفر) ويبقى الطرفان متساويان.

إذا كان $A = B$ فإن $\frac{A}{C} = \frac{B}{C}$

مثلاً $5x = 25$ فإن $\frac{5x}{5} = \frac{25}{5}$

حل المعادلات باستخدام خواص علاقة التساوى

مثال(3)

أوجد مجموعة حل المعادلة $2x + 7 = 3$

إذا كانت مجموعة التعويض: ① z ② N

الحل

$2x + 7 = 3$

$2x + 7 - 7 = 3 - 7$ (طرح 7 من طرفة المعادلة)

$2x = -4$

$\frac{2x}{2} = -\frac{4}{2}$ (قسمة طرفى المعادلة على2)

$x = -2$

① إذا كانت مجموعة التعويض z ، $-2 \in z$ إذن مجموعة حل المعادلة فى هى $\{-2\}$

② إذا كانت مجموعة التعويض N ، $-2 \notin N$ إذن مجموعة حل المعادلة فى هى ϕ

حل آخر

$2x + 7 = 3$

$2x = 3 - 7$

$2x = -4$

$x = -\frac{4}{2} = -2$

تدريب(3)

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية:

إذا كانت مجموعة التعويض: ① z ② Q

① $x + 12 = 7$

② $3x + 11 = 9$

③ $2y - 5 = -2$

④ $9 - 2b = 7$

مثال(4)

أوجد فى Q مجموعة حل كل من المعادلتين الآتيتين:

① $2(x - 3) = 8$

الحل

$2(x - 3) = 8$

$2x - 6 = 8$ (خاصية التوزيع)

$2x - 6 + 6 = 8 + 6$ (إضافة 6 لطرفى المعادلة)

$2x = 14$ (تبسيط المعادلة)

$\frac{2x}{2} = \frac{14}{2}$ (قسمة الطرفين على2)

$x = 7$

مجموعة الحل $= \{7\}$

---

② $2(x+3) = 3(1-x)$

الحل

$2(x+3) = 3(1-x)$

$2x + 6 = 3 - 3x$ (خاصية التوزيع)

$2x + 3x = 3 - 6$ (تجميع الحدود المتشابهة)

$5x = -3$ (تبسيط كل طرف)

$\frac{5x}{5} = -\frac{3}{5}$ (قسمة الطرفين على5)

$x = -\frac{3}{5}$

مجموعة الحل $= \left\{-\frac{3}{5}\right\}$

تدريب(4)

أوجد فى Q مجموعة حل كل من المعادلات الآتية:

① $3(x-5) = -18$

② $3(x-3) + 4 = 3$

③ $4(x-3) = 2(x+4)$

④ $5(x-3) = 2(x-1)$

مثال(5)

اشترى أربعة أشخاص تذاكر لدخول المتحف المصرى بالقاهرة، كما اشتروا هدايا تذكارية بمبلغ 500 جنيه، فإذا بلغت التكلفة الإجمالية 620 جنيهاً.

اكتب معادلة تمثل هذا الموقف.ما سعر التذكرة الواحد؟

الحل

افرض سعر التذكرة الواحدة 4 جنيهاً سعر

إذن سعر الأربعة تذاكر $4x$ جنيهاً

$$4x + 500 = 620$$

$$4x = 620 - 500$$

$$4x = 120$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{120}{4}$$

$$x = 30$$

أى أن سعر التذكرة الواحدة 30 جنيهاً

تدريب(5)

لدى حازم شريط خشبى طوله 180 سم، ويريد أن يصنع منه إطاراً مستطيلًا لإحدى الصور بحيث يكون أحد بعدى الإطار أطول من الآخر بمقدار 15 سم.

اكتب معادلة تمثل هذا الموقف ثم حلها لإيجاد بعدى الإطار

تمارين على المعادلات الخطية

(1) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

① عددان متتاليان مجموعهما 29

أي من المعادلات التالية تعبر عن ذلك؟

(أ) $x+x+2=29$	(ب) $x+x+1=29$
(جـ) $x+x-1=29$	(د) $x+x+1=30$

② عمر زياد الآن x سنة، وعمره منذ 7 سنوات كان 18 سنة.

أي من المعادلات التالية تمثل الموقف السابق؟

(أ) $x+7=25$	(ب) $x-7=11$
(جـ) $x+7=7$	(د) $x-7=18$

③ أى من المعادلات الآتية ليس لها حل فى z؟

(أ) $6x=12$	(ب) $6x=15$
(جـ) $6x=18$	(د) $6x=24$

④ أى مما يلى يمثل حل المعادلة $2\,(x-5)=20$ فى Q ؟

(أ) $x+x+2=29$	(ب) $x+x+1=29$
(جـ) $x+x-1=29$	(د) $x+x+1=30$

⑤ أى من المعادلات الآتية تكافئ المعادلة $2n+1=4$ ؟

(أ) 0	(ب) 5
(جـ) -5	(د) 10

⑥ أى من المعادلات الآتية تكافئ المعادلة $2x+1=3$

(أ) $n+=6$	(ب) $2n=4$
(جـ) $2n=2$	(د) $n+1=\frac{3}{2}$

⑦ إذا كانت مجموعة التعويض $\{1,4,5\}$ ، فإن مجموعة حل المعادلة

$3x = 12$

(أ) $\{4\}$	(ب) $\{1\}$
(جـ) $\{5\}$	(د) ϕ

⑧ عددان صحيحيان متتاليان مجموعهما 35 ، فأى من المعادلات التالية تعبر عن ذلك؟

(أ) $x + x + 1 = 3$	(ب) $x + x - 2 = 35$
(جـ) $2x + x + 1 = 35$	(د) $x + x + 1 = 34$

⑨ إذا كان $x + 2 = 3$، فإن مجموعة حل المعادلة مجموعة جزئية من.....

(أ) $2x =$	(ب) $x + 1 = 3$
(جـ) $4x + 3 = 4$	(د) $2x = 2$

(2) أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى N

① $2(x + 7) = 10$

② $4 + 5x = 9$

③ $-\frac{2}{5} + a = \frac{3}{5}$

④ $a - (-5) = 6$

⑤ $2\ (3x - 1) = 10$

---

(3) أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى z

① $2x - 5 = -17$

② $4-3x=19$

③ $4(x-1)=3(x+1)$

④ $2x+3x+25=5$

⑤ $x-6=0$

---

(4) أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى Q

① $\frac{1}{3}x+3=12$

② $2x+5=12+3x$

③ $7=2(x+3)$

④ $2\left(\frac{1}{2}x-3\right)=4x$

⑤ $\frac{x-1}{4}=\frac{x+1}{3}$

⑥ $\frac{3}{1-2x}=\frac{5}{4+4x}$

⑦ $3(2x-8)-(2x+2)=x-3$

⑧ $5-\frac{6}{x}=-1$

---

(5) أجب عن الأسئلة الآتية:

① إذا كان: $\frac{m}{3}=7$ فما قيمة $m-19$ ؟

② إذا كان: $-7k=28$ فما قيمة $3k+6$ ؟

---

(6) إذا كان عُمر أمى الآن ثلاثة أمثال عمرى، وكان عُمر أمى يزيد 24 سنة من عُمرى. فما هو عمر كل منا الآن؟

(7) كتب معلم الرياضيات عددًا صحيحًا علي السبورة، ثم كتب عددًا آخر أقل من ضعف العدد الأول بمقدار 17 ، فكان مجموع العددين 112 ما هو العدد الذى كتبه المعلم أولاً؟

---

(8) ملعب كرة قدم علي شكل مستطيل طوله يقل 15 مترًا عن ضعف عرضه، فإذا كان محيطه 330 مترًا. أوجد بعدى الملعب.

---

(9) حصالة بها 42 ورقة نقود من فئتى 20 جنيهًا، 50 جنيهًا فإذا كانت القيمة الإجمالية للنقود فى الحصالة 1800 جنيه. كم عدد ورق النقود فئة 20 جنيهًا؟

---

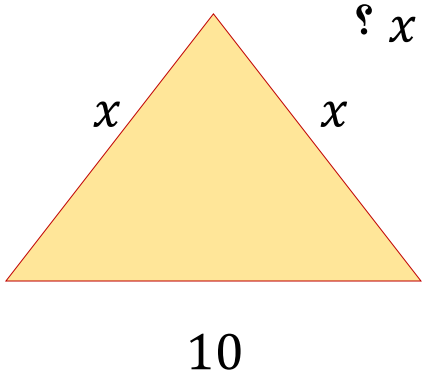
(10) أعلنت إحدى المؤسسات عن وظائف شاغرة لديها وتم تخصيص دقيقتين لكل شخص من أجل التقدم للحصول على وظيفة، بينما كانت سلمى التى جاءت للحصول على وظيفة تنتظر فى الطابور كان هناك $x + 2$ من الأشخاص أمامها، $3x - 4$ خلفها، فإذا كان عدد أشخاص الطابور 35 شخصًا. كم يمضى من الوقت لتصل سلمى إلى بداية الطابور؟

---

(11) مستطيل طوله ضعف عرضه ومحيطه 18 سم أوجد بعدى المستطيل.

---

(12) إذا كان محيط المثلث المقابل يساوى 34 فما قيمة x ؟



الوحدة الثالثة: الإحصاء

الوحدة الثالثة		
(1)	تنظيم البيات	54
(2)	الوسط الحسابى	64
(3)	القطاعات الدائرية	74

الدرس الأول تنظيم البيانات

الإحصاء: هو علم جمع وتنظيم وعرض وتحليل وتفسير البيانات لاتخاذ القرارات وهو فرع من فروع الرياضيات وله تطبيقات فى مجالات متنوعة مثل الطب والاقتصاد والعلوم الاجتماعية وهكذا.

كيف نتعامل مع البيانات؟

1. **تحديد التساؤل أو المشكلة.**
2. **جمع البيانات:** يتم ذلك بعدة طرق مثل الملاحظة والمقابلة الشخصية والاستبيان.
3. **تحليل وتفسير البيانات.**
4. **تنظيم وعرض البيانات:** يتم ذلك بأحد المخططات(التمثيل بالنقاط، الأعمدة البيانية، المدرج التكرارى، الساق والأوراق، المخطط الصندوقى).
5. **التنبؤ واتخاذ القرار.**

مثال(1)

سجلت إحدى المعلمات درجات 25 طالبًا فى أحد الامتحانات كما يلى:

6,5,6,3,4,6,7,5,6,3,8,6,6,7,7,6,7,8,4,6,8,7,5,6,5

1. **مثل هذه البيانات بمخطط النقاط ومخطط الأعمدة البيانية.**
2. **ما عدد الطلاب الحاصلين على 7 درجات على الأقل؟**
3. **ما الدرجة التى حصل عليها معظم الطلاب؟**

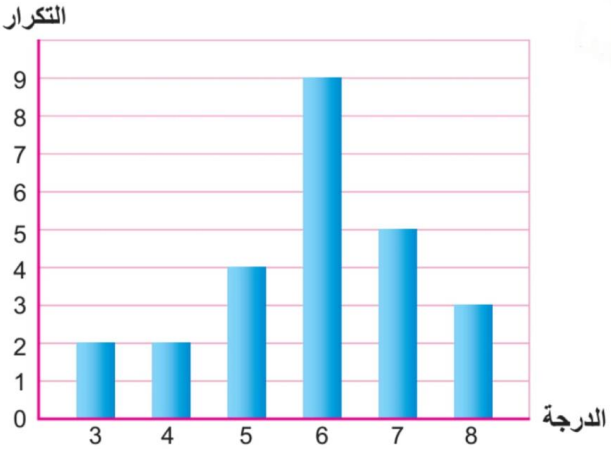
الحل

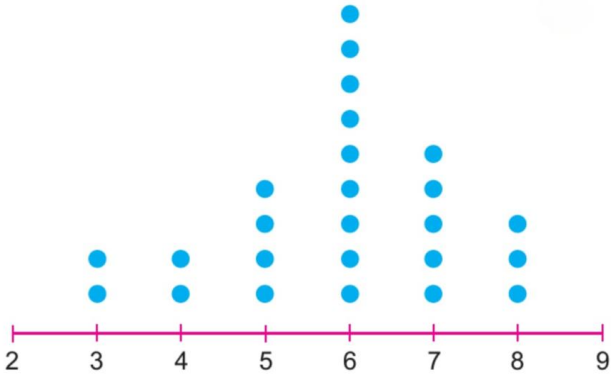
نقوم بتنظيم البيانات و إحدى طرق تنظيم البيانات هى كتابتها كقائمة مرتبة من الأقل إلى الأكبر

3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, , 8, 8, 8

يمكن تنظيم هذه البيانات بناء على الترتيب السابق فى جدول تكرارى

الدرجة	3	4	5	6	7	8
التكرار	2	2	4	9	5	3





مخطط الأعمدة البيانية

مخطط التمثيل بالنقاط

عدد الطلاب الحاصلين على 7 درجات على الأقل هو $5 + 3 = 8$

الدرجة التى حصل عليها معظم الطلاب هى المنوال $= 6$

تدريب(1)

البيانات الآتية هى عدد مبيعات أجهزة الكمبيوتر المحمول فى أحد متاجر الكمبيوتر خلال ستة أشهر. مثل هذه البيانات بمخطط بيانى مناسب.

يوليو	8
أغسطس	6
سبتمبر	7
أكتوبر	8
نوفمبر	8
ديسمبر	7

الجدول التكرارى ذو المجموعات و تمثيله

إذا كانت أعداد البيانات كبيرة فيتم تنظيم هذه الأعداد فى مجموعات أو فترات متساوية ومنها ون الحدول التكرارى ذى المجموعات.

مثال(2)

قام مدرب الجودو بأحد الأندية بوزن جميع لاعبى الجودو قبل إحدى البطولات، وكانت كتل مجموعة من 40 لاعبًا بالكيلو جرام على النحو التالى:

41	85	74	86	65	62	100	95	77	82
50	83	77	93	73	72	69	73	87	50
98	66	47	100	50	89	78	70	75	95
80	78	83	81	72	75	48	63	58	56

① قم بتنظيم هذه البيانات ومثلها بمدرج تكرارى.

② ما عدد لاعبى الجودو الذين كتلة كل منهم 81 كجم أو أكثر؟

الحل

المدى = أكبر قيمة–أصغر قيمة

المدى $59 = 41 - 100$

أى أن المدى تقريبا يساوى 60

قسم 60 إلى عدد مناسب من الفترات وليكن 6 فترات طول كل فترة $= 10$

فمثلا الفترة الأولى تكون فيها كتل اللاعبين 41 كجم حتى أقل من 51 كجم وتكتب $(41 -$

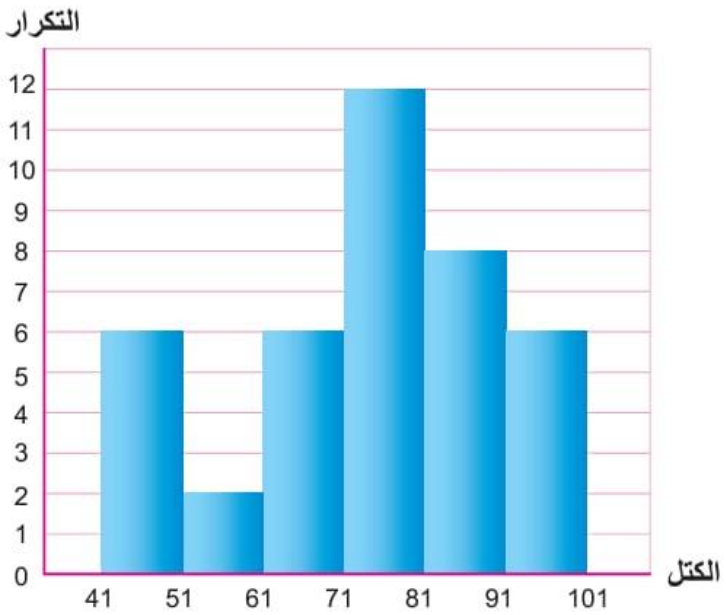
الفترات هى $41-, 51-, 61-, 71-, 81-, 91-$

الكتل	العلامات	التكرار
$41-$	||| /	6
$51-$	//	2
$61-$	||| /	6
$71-$	||| ||| //	12
$81-$	||| ///	8
$91-$	||| /	6

سجل الفترات والتكرار في الجدول المقابل ثم احذف عمود العلامات.

الكتل	$41-$	$51-$	$71-$	$71-$	$81-$	$91-$
التكرار	6	2	6	12	8	6

مثل هذه البيانات بالمدرج التكرارى.



عدد لاعبى الجودو الذين كتلة كل منهم 81 كجم أو أكثر $= 8 + 6 = 14$ لاعبًا

تدريب(2)

تتكون البيانات الآتية من الكتل بالكيلو جرام لمجموعة من 30 طالبًا:

70, 43, 48, 72, 53, 81, 76, 54, 58, 64, 51, 53, 75, 62, 84

, 67, 72, 80, 88, 65, 60, 43, 53, 42, 57, 61, 55, 75, 82, 71

① قم بتنظيم هذه البيانات فى جدول مستخدمًا فترات متساوية الطول.... ,50−, 40−

② ما الفترة التى تحتوى على أكبر عدد من الطلاب؟

③ ما عدد الطلاب الذين تقل كتلة كل منهم عن 70 كجم؟

④ مثل البيانات بمدرج تكرارى.

مخطط الساق والأوراق

يستخدم مخطط الساق والأوراق لعرض البيانات العددية مرتبة بحيث يقسم كل عدد لجزأين (الساق - الأوراق).

مثلًا عدد مكون من رقمين (52) تمثل العشرات بالساق (5) والآحاد بالأوراق (2)

مثال(3)

إذا كان عدد الساعات التى يقضيها 27 طالبًا فى استخدام الإنترنت أسبوعيًا كالتالى:

14	35	27	21	20	46	20
40	31	18	28	11	44	33
18	32	21	19	43	15	34
41	21	16	26	32	30	

① قم بتنظيم هذه البيانات وتمثيلها باستخدام مخطط الساق والأوراق.

② أوجد من مخطط الساق والأوراق كلًا من المنوال والوسيط والربيع الأول والربيع الثالث.

③ مثل البيانات باستخدام المخطط الصندوقى.

الحل

- أصغر عدد هو 11 وأكبر عدد هو 46
- ارسم خطا رأسيًا.
- اكتب على اليسار الساق وتحته الأعداد 1, 2, 3, 4
- اكتب على اليمين الأوراق والتى تمثل أرقام الآحاد مرتبطة تصاعديًا فى كل صف.
- اكتب مفتاح كيفية قراءة البيانات.

الساق	الأوراق
1	1 4 5 6 8 8 9
2	0 0 1 1 1 6 7 8
3	0 1 2 2 3 4 5
4	0 1 3 4 6

المفتاح	2|6 تمثل 26 ساعة

المنوال هو العدد الأكثر تكرارًا فى الصف فمثلًا مكرر ثلاث مرات فى السطر الثانى

فإن المنوال = 21

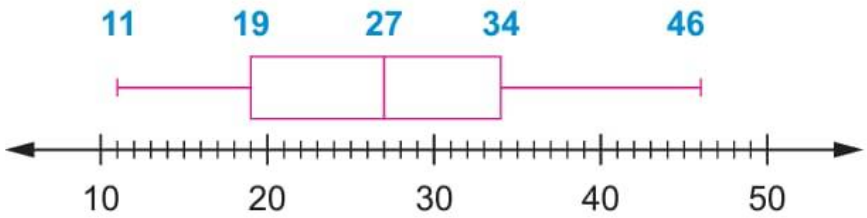
بما أن القيم مرتبة تصاعديًا فإن

الوسيط = 27

الربيع الأول = 19

الربيع الثالث = 34

تمثيل البيانات بالمخطط الصندوقى



تدريب(3)

تمثل البيانات الآتية درجات الحرارة المسجلة فى إحدى المدن خلال ثلاثة أسابيع:

21 41 42 26 25 25 43 24 25 19

18 41 17 40 38 33 32 29 33 28 34

ارسم مخطط الساق والأوراق ثم استنتج منه الوسيط والمنوال.

المخططات البيانية المضللة

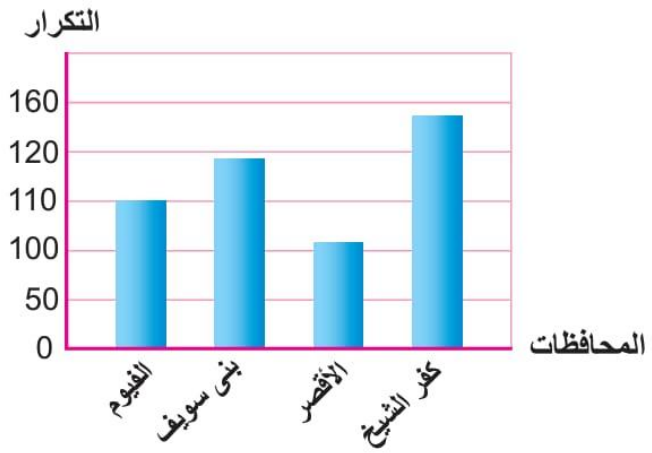
يمكن أن تكون الرسوم البيانية أداة فعالة لتوضيح البيانات لكنها أيضًا يمكن أن تكون مضللة إذا لم تُستخدم بشكل صحيح، أو إذا لم تُعرض البيانات بشكل صحيح مما يؤدى أحيانًا إلى التأثير على الاستنتاجات.

الطرق الشائعة التى يمكن أن تكون فيها الرسوم البيانية مضللة

- إذا كان المحور الرأسى لا يبدأ من الصفر.
- إذا استخدم مقياس رسم غير متساوٍ على المحور الرأسى.

مثال(4)

يوضح كل من المخططين البيانيين الآتيين عدد مكاتب البريد فى محافظات الفيوم، بنى سويف، الأقصر، كفر الشيخ لعام 2021/2022 ، ما المخطط البيانى الذى يمكن أن يكون مضللًا؟ لماذا؟



شكل (1)

شكل (2)

من الواضح أن المخطط فى شكل (1) البيانى مضلل حيث إن المحور الرأسى لم يستخدم مقياس رسم متساويً، وفيه يبدو أن عدد مكاتب البريد فى بنى سويف ضعف عدد مكاتب البريد فى الأقصر تقريبًا.

تمارين على تنظيم البيانات

(1) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

① من مخطط الساق والأوراق المقابل، ما الوسيط؟

الساق	الأوراق
0	9
1	0 2 2 2 3 4 5 6 6
2	0 1 1 5 7 8 9
3	1 2 3

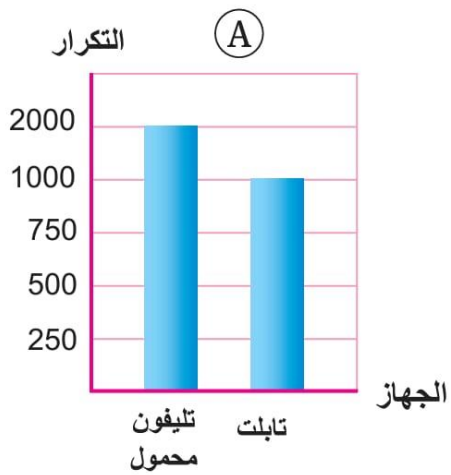
المفتاح | 1 | 3 تعنى 31

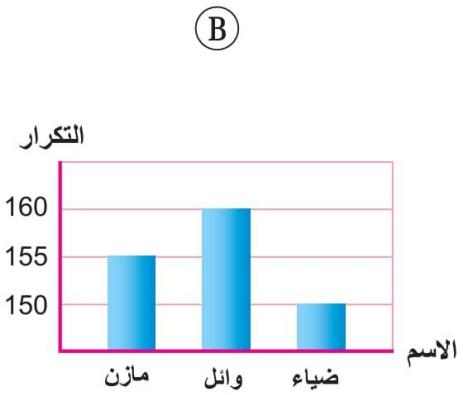
(أ) 16	(ب) 17
(ج) 18	(د) 20

② أى من المخططات الآتية لا يظهر البيانات الحقيقي؟

(أ) مخطط التمثيل بالنقاط	(ب)المدرج التكرارى
(ج) مخطط الساق و الأوراق	(د) التمثيل بالأعمدة

③ المخططان البيانيان الآتيان أحدهما يمثل أطوال ثلاثة أصدقاء، والآخر يمثل أعداد ما يملكه موظفو شركة ما من أجهزة التابلت أو التليفون المحمول. أى من المخططين يعتبر مضللًا؟





(أ) A فقط مضلل	(ب) B فقط مضلل
(ج) كلاهما مضلل	(د) كلاهما غير مضلل

(2) تمثل البيانات الآتية عدد ألعاب الأطفال التى باعها أحد المتاجر خلال 30 يومًا :

13	32	12	33	27	37	44	8	26	32
36	41	45	9	38	16	46	48	29	15
13	32	33	14	18	28	34	25	7	18

مثل هذه المبيعات بمخطط الساق و الأوراق ،ثم أوجد كلًا من الوسيط و المنوال.

---

(3) مثل الجدول الآتى بالمدرج التكرارى:

الفترات	1 –	11 –	21 –	31 –	41 –
التكرار	8	12	36	24	20

---

(4) فيما يلى الطول بالسنتيمتر لعدد طالبًا:

143	152	140	134	130	142	131	144
144	132	147	143	135	135	145	137
148	151	133	142	136	138	132	146
140	139	141	148	130	144	149	139

① كون جدولاً تكراريًا ذى مجموعات مستخدماً الفترات $(\ldots, 135-, 130-)$ ثم مثله بمدرج تكرارى.

② ما عدد الطلاب الذين يقل طول كل منهم عن 145 سم؟

(5) يبين الجدول الآتى مبيعات أحد محال بيع الكمبيوتر خلال العام الماضى:

مثل هذه البيانات بمخطط بيانى مناسب.

النوع	التكرار
كمبيوتر شخصى	60
كمبيوتر محمول	100
تابلت	80
قطع إلكترونية	240

(6) يبين الجدول الآتى مدخرات طلاب الصف الأول الإعدادى بإحدى المدارس:

مثل هذه المدخرات بالمدرج التكرارى.

الفترات	التكرار
1 –	6
101 –	10
201 –	18
301 –	12
401 –	8

(7) يوضح مخطط الساق والأوراق المقابل متوسط عمر البطارية لعدد 25 تليفون محمول:

الأوراق	الساق
8 9	0
0 1 1 2 2 2 3 4 5 6 7 8 9	1
0 2 5 6 7 8 9 9	2
1 2	3

المفتاح | 2 | 3 تمثل 32 ساعة

① ارسم المخطط الصندوقى لهذه البيانات.

② ما عدد التليفونات المحمول التى يكون متوسط عمر البطاريات لديها أكثر من 17 ساعة؟

③ أوجد النسبة المئوية للتليفونات المحمولة التى يكون متوسط عمر البطاريات لديها أقل من 17 ؟

الدرس الثاني: الوسط الحسابى

مقاييس النزعة المركزية : هى القيم التى تصف مركز تجمع مجموعة من البيانات و يعتبر الوسط الحسابى من أكثر مقاييس النزعة المركزية استخداماً.

مقاييس النزعة المركزية لمجموعة من القيم

الوسط الحسابى(المتوسط)	الوسيط	المنوال
$= \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددهم}}$	هو القيمة التى تتوسط القيم بعد ترتيبها	هو القيمة الأكثر شيوعاً أو الأكثر تكراراً
مثلاً: الوسط الحسابى للقيم 7,4,11,8,5 **الحل** الوسط الحسابى $= \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددهم}}$ $= \frac{7+4+11+8+5}{5}$ $= \frac{35}{5} = 7$	**مثلاً:** (1)عدد القيم فردى الوسيط لمجموعة القيم 3,2,4,2,9,6,9 **الحل** رتب القيم 2,2,3,4,6,9,9 الوسيط $= 4$ (2)عدد القيم زوجى الوسيط لمجموعة القيم 2,4,3,6,17,9 **الحل** رتب القيم 2,3,4,6,9,17 الوسيط $= \frac{4+6}{2}$ $= 5$	**مثلاً:** المنوال للقيم 8,7,3,7,6,0,9,7 **الحل** المنوال $= 7$ المنوال للقيم 8,7,3,7,6,0,5,8 **الحل** المنوال $= 8,7$ المنوال للقيم 8,7,3,5,2,0 **الحل** لا يوجد منوال

تدريب(1)

أوجد الوسط الحسابى والوسيط والمنوال للقيم التالية:

① 56,4,2,7,6

② 1,2,4,5,2,4,5,1

الوسط الحسابى لتوزيع تكرارى

يمكنك حساب الوسط الحسابى لتوزيع تكرارى باستخدام الصيغة الرياضية التالية:

$$\text{الوسط الحسابى } (\bar{x}) = \frac{\sum(f.x)}{\sum f}$$

حيث $\sum f$ هو مجموع التكرارات ، $\sum(f.x)$ هو مجموع حواصل ضرب f في x

---

مثال(1)

يوضح الجدول التكرارى المقابل المصروف اليومى لطالب خلال أسبوع واحد.أوجد متوسط المصروف اليومى لهذا الطالب.

المصروف بالجنيه (x)	عدد الأيام (f)
16	2
20	3
25	1
30	1

الحل

x	f	$f.x$
16	2	32
20	3	60
25	1	25
30	1	30
المجموع	7	147

$$\text{متوسط المصروف اليومى} = \frac{\sum(f.x)}{\sum f}$$

$$= \frac{147}{7} = 21 \text{جنيهاً}$$

مثال(2)

الجدول المقابل يبين استهلاك الإنترنت الإنترنت لأسرة خلال شهر.احسب الوسط الحسابى للاستهلاك.

الاستهلاك اليومى	عدد الأيام
5	4
7	6
10	7
12	8
15	3
18	2

الحل

x	f	$f.x$
5	4	20
7	6	42
10	7	70
12	8	96
15	3	45
18	2	36
المجموع	40	309

$$\text{الوسط الحسابى} = \frac{\sum(f.x)}{\sum f}$$

$$= \frac{309}{30} = 10.3$$

تدريب(2)

إذا كانت كتل فريق الكاراتيه بالمدرسة بالكيلو جرام موضحة فى الجدول التالى. احسب الوسط الحسابى لكتل هؤلاء اللاعبين.

الكتلة (كجم)	التكرار
71	1
72	2
73	4
74	3
75	5
76	3
77	2

مثال(3)

يبين الجدول الآتى عدد ساعات العمل لمجموعة من العمال. أوجد عدد العمال الذين يعملون 6 ساعات بحيث يكون الوسط الحسابى لعدد ساعات العمل 7.5 ساعة.

عدد الساعات	5	6	7	8	9	10
التكرار	12	n	30	39	16	9

الحل

x	f	$f.x$
5	12	60
6	n	6n
7	30	210
8	39	312
9	16	144
10	9	90
المجموع	n+106	6n+816

$$\bar{x} = \frac{\sum(f.x)}{\sum f}$$

$$7.5 = \frac{6n + 816}{n + 106}$$

$$\frac{15}{2} = \frac{6n + 816}{n + 106}$$

$$15(n + 106) = 2(6n + 816)$$

$$15n + 1590 = 12n + 1632$$

$$15n - 12n = 1632 - 1590$$

$$3n = 42$$

$$n = \frac{42}{3} = 14$$

تدريب(3)

يبين الجدول الآتى عدد الأطفال لمجموعة من الأسر. ما عدد الأسر التى لديها 3 أطفال بحيث يكون الوسط الحسابى لعدد الأطفال 3 أطفال؟

عدد الأطفال	عدد الأسر
0	20
1	40
2	60
3	80
4	m

البيانات الإحصائية المضللة

استخدام الوسط الحسابى دون النظر إلى التوزيع العام للبيانات، يمكن أن يكون مضللاً. فإذا كانت هناك بعض القيم المتطرفة(الكبيرة جدًا أو الصغيرة جدًا) يمكن أن يؤثر ذلك بشكل كبير على الوسط الحسابى، ولذلك من الأفضل فى هذه الحالة استخدام الوسيط أو المنوال.

مثال(4)

عرض أحد المطاعم قائمة لأسعار وجبات الغداء بالمطعم بالجنيه وأعلن هذا المطعم بأن متوسط سعر الوجبة جنيهاً. وضح لماذا يكون متوسط سعر الوجبة مضللاً.

قائمة الأسعار

الصنف	السعر
$\frac{1}{2}$ ك كفتة	180
$\frac{1}{2}$ فرخة	150
$\frac{1}{2}$ ك شاورمة	160
$\frac{1}{2}$ ك سمك	150
زجاجة مياه	20

الحل

الوسط الحسابى لأسعار الوجبات

$$\frac{180+150+160+150+20}{5}=132$$

أى أن صاحب المطعم استخدم مقياس الوسط الحسابى لقياس متوسط سعر الوجبة، وهذا مقياس (الوسط الحسابى) مضلل، لأن هناك قيمة متطرفة (20) وهى لا تعبر عن سعر أى وجبة، استغلها المطعم وأعلن أن متوسط سعر الوجبة 132 جنيهاً، وهذا يخالف الواقع، ويجب أن نحصل على مقياس آخر أكثر صدقا فى وجود القيم المتطرفة وهو الوسيط حيث الوسيط هو 150 وهو يعبر بشكل أكثر صدقا عن أسعار الوجبات.

تدريب(4)

طالب حصل على الدرجات الآتية فى خمسة امتحانات 40,40,100,45,40 إذا كانت الدرجة العظمى للامتحان الواحد 100 ، أوجد كلًا من الوسط الحسابى والوسيط لدرجات الطالب، وأى هذه المقاييس أكثر صدقاً؟

تمارين على الوسط الحسابي

(1) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

① إذا كانت لمجموعة من البيانات:

$\sum f = 10$ ، $\sum(f.x) = 40$ فما قيمة $\bar{x}$ ؟

(أ) 4 (ب) 30 (جـ) 50 (د) 400

② إذا كانت لمجموعة من البيانات:

$\sum(f.x) = 1500$ ، $\bar{x} = 20$ فما قيمة $\sum f$ ؟

(أ) 75 (ب) 150 (جـ) 3000 (د) 30000

③ إذا كانت لمجموعة من البيانات:

$\sum f = 10$ ، $\bar{x} = 20$ فما قيمة $\sum(f.x)$ ؟

(أ) 75 (ب) 150 (جـ) 2000 (د) 200

④ حصلت ساندى على الدرجات18,15,16,17,18 فى خمسة اختبارات لمادة الرياضيات.إذا حذفت المعلمة الدرجة الصغرى فاى مما يأتى صحيح؟

(أ) المتوسط يقل (ب) الوسيط يقل (جـ) المتوسط يزداد (د) الوسيط لم يتغير

---

(2) أكمل:

① الوسط الحسابى للأعداد 5,6,4,10,2,3 هو.....

② الوسط الحسابى للأعداد $x + 3, 4, 1, 5, x - 2$ هو.....

③ الوسيط للأعداد 4,8,3,5,7 هو.....

④ إذا كان الوسيط للأعداد $b + 4, b + 2, b + 3$ هو 8 فإن $b =$.....

⑤ المنوال للأعداد 5,1,6,7,3,9,3 هو.....

(3)يبين الجدول المقابل عدد الدقائق التى يقضيها مجموعة من الأشخاص في المحادثات التليفونية. احسب متوسط ما يقضيه الشخص فى المحادثة التليفونية.

عدد الدقائق	2	3	4	5	6
التكرار	12	20	36	20	12

(4) سُلت مجموعة من طلاب الصف الأول الإعدادى عند عدد ساعات ممارسة الرياضة فى الأسبوع و كانت الإجابات كما بالجدول المقابل.

عدد الساعات	8	9	10	11	12
التكرار	6	8	14	8	4

(5) يوضح الجدول المقابل مجموعة من رواتب الموظفين بالجنيه فى شركة ما. أكد صاحب الشركة أن متوسط رواتب الموظفين لديه هو 6500 جنيه. وضح لماذا يكون متوسط رواتب الموظفين مضلاً و يعطى انطباعًا أعلى مما هى عليه بالفعل لمعظم الموظفين.

رواتب الموظفين	
وظيفة (1)	25000
وظيفة(2)	4000
وظيفة(3)	3000
وظيفة(4)	2500
وظيفة(5)	2500
وظيفة(6)	2000

(6) اكتب خمسة أعداد يكون وسطهم الحسابى 11، والوسيط 12 ، والمنوال14

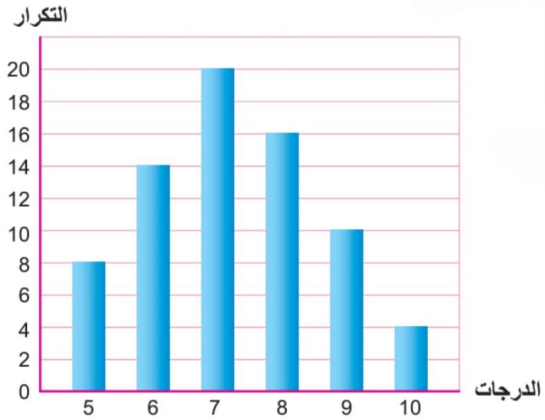
(7) إذا كان متوسط مجموعة مكونة من خمسة أعداد صحيحة موجبة مختلفة هو 13 وكان الوسيط هو 17 أوجد أقصى قيمة ممكنة لأكبر هذه الأعداد الصحيحة الخمسة.

---

(8) إذا كان الوسط الحسابى للأعداد $16, n+3, 14, 2n-2$ هو 15.25 ، أوجد الوسيط لهذه الأعداد.

---

(9) يوضح الشكل المقابل درجات طالبًا فى امتحان مادة الرياضيات ممثلة بالأعمدة البيانية. أوجد متوسط درجات الطلاب.

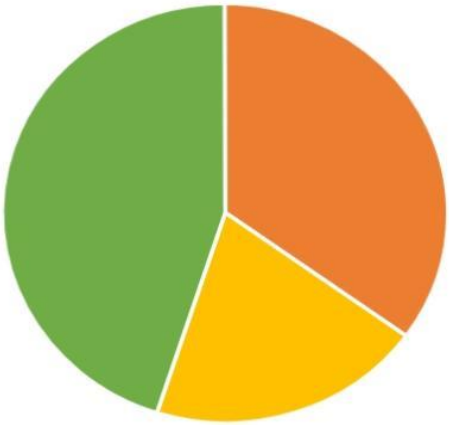


---

(10) إذا كانت كتل لاعبى فريق الكاراتيه بالمدرسة بالكيلو جرام موضحة فى الجدول التالى. احسب الوسط الحسابى لكتل هؤلاء اللاعبين.

الكتلة (كجم)	التكرار
7	1
72	2
73	4
74	3
75	5
76	3
77	2

الدرس الثالث: القطاعات الدائرية



مخطط القطاعات الدائرية هو دائرة مقسمة إلى قطاعات حسب نسبة التكرارات فى كل مجموعة من مجموعات التوزيع، وهو طريقة بيانية مبسطة لإظهار علاقة الأجزاء بالكل من خلال مقارنة مساحات الأجزاء بشكل مرئى.

ملحوظة

مجموع النسب فى القطاعات الدائرية $= 100\%$

مثال(1) يمثل الجدول المقابل عدد الأصوات التى حصل عليها كل من خالد وأنس وحمزة فى انتخابات الفصل. استخدم مخطط القطاعات الدائرية لتمثيل هذه البيانات.

اسم الطالب	عدد الأصوات
خالد	8
أنس	12
حمزة	10

الحل

احسب العدد الكلى الأصوات $8 + 12 + 10 = 30$

احسب قياس الزاوية المركزية التى تمثل عدد أصوات كل مرشح

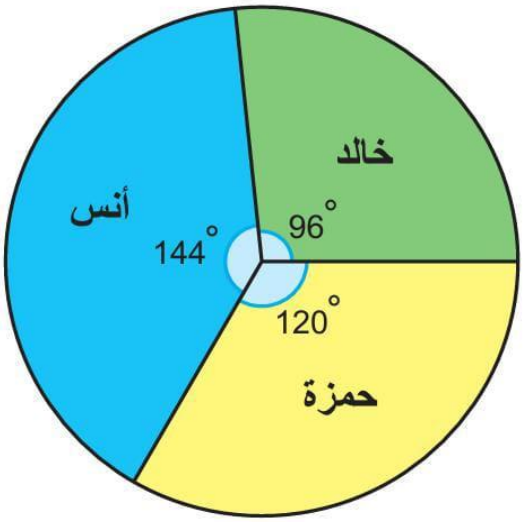
$$\text{قياس الزاوية المركزية} = \frac{\text{عدد أصوات كل مرشح}}{\text{العدد الكلى}} \times 360°$$

خالد $\quad \frac{8}{30} \times 360° = 96°$

أنس $\quad \frac{12}{30} \times 360° = 144°$

حمزة $\quad \frac{10}{30} \times 360° = 120°$

ارسم دائرة مناسبة، وارسم الزاوية المركزية التى تمثل عدد أصوات كل مرشح.



تدريب(1) يمثل الجدول المقابل عدد الدرجات التى حصل عليها كل من مروان وكريم وسمير فى امتحان مادة الرياضيات. استخدم مخطط القطاعات الدائرية لتمثيل هذه البيانات.

اسم الطالب	الدرجة
مروان	5
كريم	7
سمير	6

مثال(2) فى استبيان لمجموعة من الأشخاص عن الرياضة المفضلة لديهم، وكانت نتائج الاستبيان كما يلى:

الرياضة	كرة اليد	كرة السلة	كرة القدم	الكرة الطائرة
النسبة	15%	25%	45%	.....

مثل نتائج الاستبيان بالقطاعات الدائرية.

الحل

النسبة المئوية للكرة الطائرة $=$

$$100\% - (45\% + 25\% + 15\%) = 15\%$$

قياس الزاوية المركزية التى تمثل كل رياضة

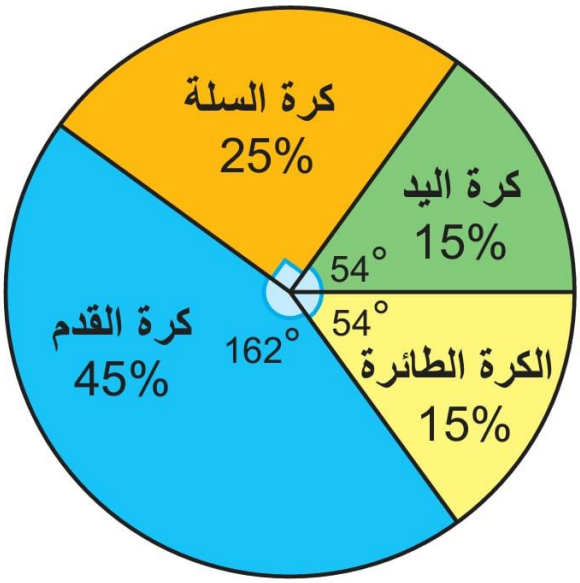
كرة اليد $\frac{15}{100} \times 360° = 54°$

كرة السلة $\frac{25}{100} \times 360° = 90°$

كرة القدم $\frac{45}{100} \times 360° = 162°$

الكرة الطائرة $\frac{15}{100} \times 360° = 54°$

ارسم دائرة مناسبة، وارسم الزاوية المركزية التى تمثل كل رياضة.



تدريب(2)

رصد أحد الأسواق التجارية حركة البيع أثناء اليوم فكانت النتائج كالآتى:

مكونات السوق التجارى	النسبة
مواد غذائية	45%
ألبان	35%
عصائر ومشروبات	.....
حلويات	5%

مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

مثال(3) يوضح الجدول التالى عدد أعضاء أحد الأندية من الأطفال والشباب حسب أعمارهم. مثل النتائج بالقطاعات الدائرية.

الفترات (الأعمار)	$1-$	$11-$	$21-$	$31-$
عدد الأعضاء (التكرار)	900	1200	2700	2400

مثل نتائج الاستبيان بالقطاعات الدائرية.

الحل

حيث إن مجموع قياسات الزوايا المركزية فى الدائرة $360°$ ،

مجموع التكرارات $=$

$$7200 = 2400 + 2700 + 1200 + 900$$

قياس الزاوية المركزية $= \frac{\text{التكرار}}{\text{مجموع التكرارات}} \times 360°$

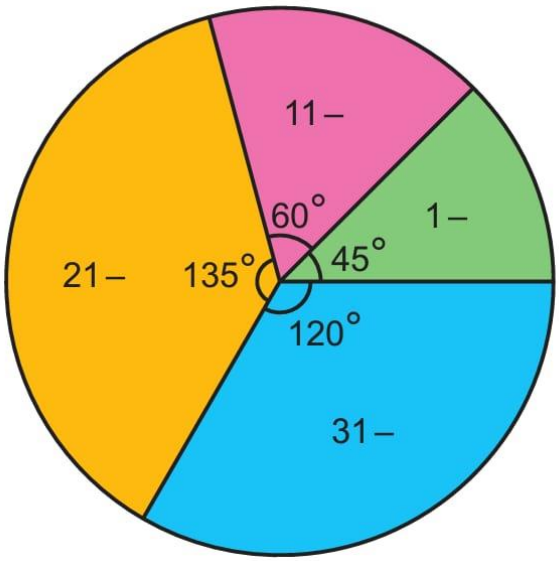
قياس الزوية المركزية التى تمثل كل فترة

الفترة $1-$ $\quad \frac{900}{7200} \times 360° = 45°$

الفترة $11-$ $\quad \frac{1200}{7200} \times 360° = 60°$

الفترة $21-$ $\quad \frac{2700}{7200} \times 360° = 135°$

الفترة $31-$ $\quad \frac{2400}{7200} \times 360° = 120°$



ارسم دائرة مناسبة، وارسم الزاوية المركزية التى تمثل كل رياضة.

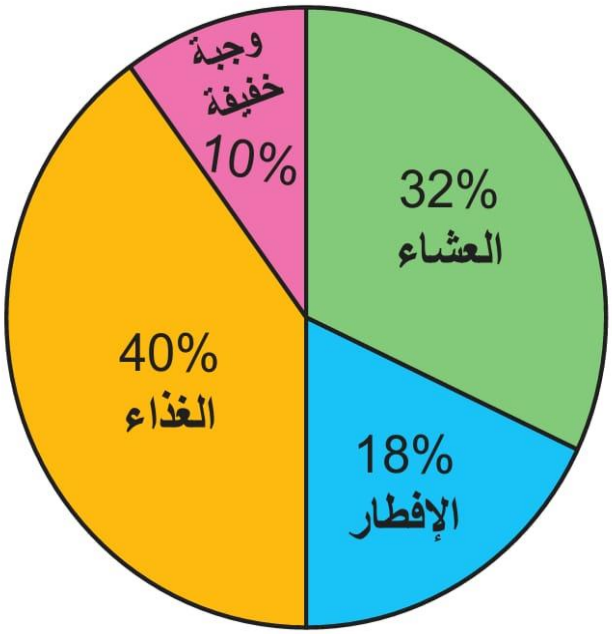
تدريب(3) يوضح الجدول المقابل عدد ساعات المذاكرة الأسبوعية لكل مادة دراسية لأحد الطلاب.

المادة الدراسية	اللغة العربية	الرياضيات	العلوم	الدراسات الاجتماعية	اللغة الإنجليزية
عدد الساعات	9	10	6	7	4

مثل هذا الجدول بالقطاعات الدائرية.

مثال(4) يبين مخطط القطاعات الدائرية المقابل النسب المئوية للسعرات الحرارية التى تناولتها سالى خلال وجبات اليوم.

إذا تناولت سالى 2500 سعراً حرارياً فى اليوم، فما عدد السعرات الحرارية التى تناولتها على العشاء، أوجد قياس الزاوية المركزية فى قطاع وجبة الإفطار.

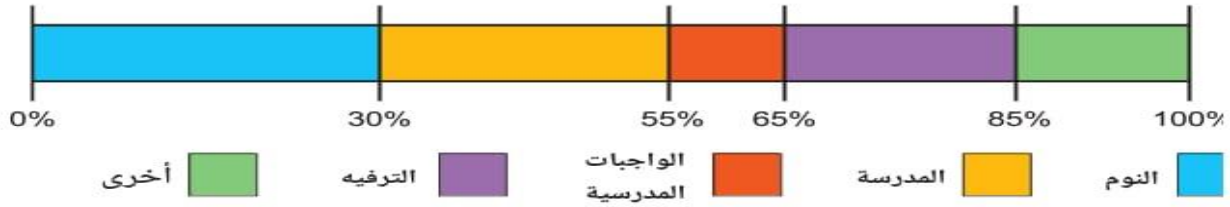


الحل

عدد سعرات وجبة العشاء $2500 \times 32\% = 2500 \times \frac{32}{100} = 800$

قياس الزوية المركزية فى قطاع الإفطار $\frac{18}{100} \times 360° = 64.8° \approx 65°$

مثال(5) يوضح الشكل الآتى كيف يقضى باسم ساعات يومه بالكامل:



الممارسة	النوم	المدرسة	الواجبات المدرسية	الترفيه	أخرى
النسبة	30%	25%	10%	20%	15%

مثل نتائج الاستبيان بالقطاعات الدائرية.

الحل

قياس الزواية المركزية التى تمثل كل ممارسة

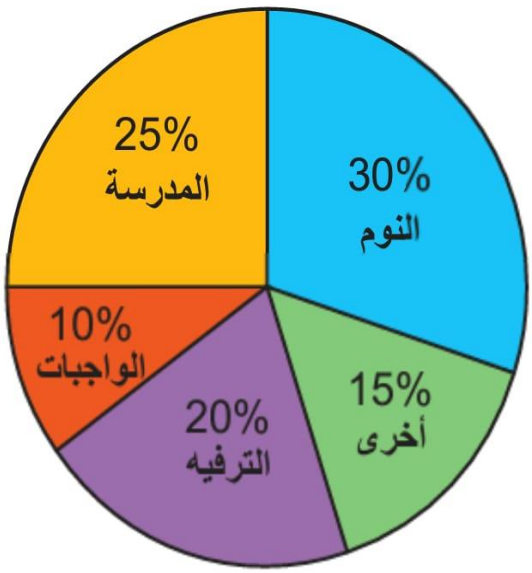
النوم $\frac{30}{100} \times 360^\circ = 108^\circ$

المدرسة $\frac{25}{100} \times 360^\circ = 90^\circ$

الواجبات المدرسية $\frac{10}{100} \times 360^\circ = 36^\circ$

الترفيه $\frac{20}{100} \times 360^\circ = 72^\circ$

أخرى $\frac{15}{100} \times 360^\circ = 54^\circ$

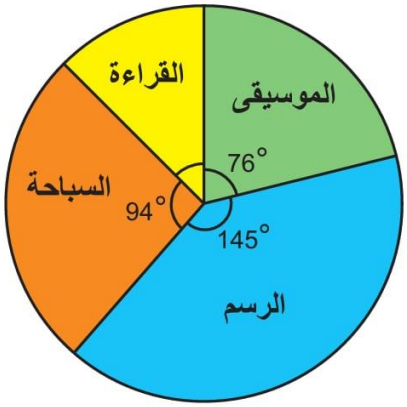


ارسم دائرة مناسبة، وارسم الزاوية المركزية التى تمثل كل ممارسة.

تمارين على القطاعات الدائرية

(1) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1) فى استبيان شمل 2000 بنت عن هواية واحدة تفضلها كما هو موضح بمخطط القطاعات الدائرية المقابل.



① أى هواية تمارسها البنات أكثر من غيرها؟

(أ) الرسم (ب) المسيقى (ج) السباحة (د) القراءة

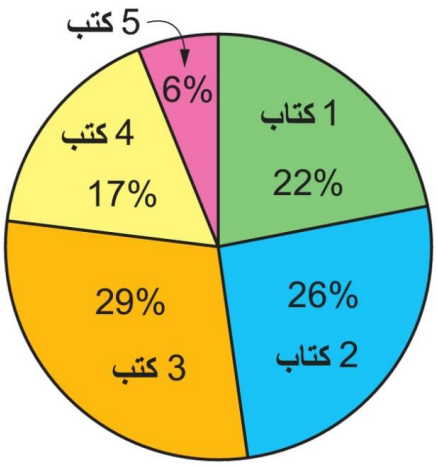
② ما قياس الزاوية المركزية التى تقابل قطاع القراءة؟

(أ) $35°$ (ب) $45°$ (ج) $86°$ (د) $104°$

③ ما الهواية التى تمارسها $\frac{1}{4}$ البنات تقريبًا؟

(أ) الرسم (ب) الموسيقى (ج) السباحة (د) القراءة

2) يوضح مخطط القطاعات الدائرية المقابل عدد الكتب التى قرأها 300 طالب فى المدرسة، ما عدد الطلاب الذين قرأوا أقل من 4 كتب؟



(أ) $51°$ (ب) $477°$ (ج) $231°$ (د) $282°$

3) عند تمثيل الجدول المقابل بمخطط القطاعات الدائرية، فما قياس الزاوية المركزية التى تقابل قطاع القهوة؟

نوع المشروب	القهوة	الشاى	العصائر
عدد الأشخاص	150	350	100

(أ) $45°$ (ب) $90°$ (جـ) $120°$ (د) $28215°$

---

(2) فى إحدى مباريات التنس لوحظ أن أحد اللاعبين قد حقق 15 ضربة ساحقة، موزعة حسب الجدول المقابل. ارسم مخطط القطاعات الدائرية الذى يمثل ذلك التوزيع.

المجموعات	الأولى	الثانية	الثالثة
عدد الضربات	7	3	5

---

(3) فى استبيان شمل مجموعة من طلاب الصف الأول الإعدادى حول لونهم المفضل، كانت النتائج بالجدول المقابل. ارسم مخطط القطاعات الدائرية لتمثيل هذا الجدول.

اللون المفضل	النسبة
الأحمر	25%
الأزرق	30%
الأخضر	10%
الأصفر	35%

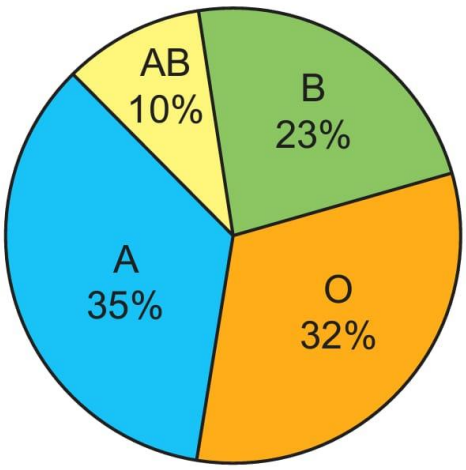
---

(4) مثل باستخدام القطاعات الدائرية توزيع ثلاثة أنواع مختلفة من الأقلام المبيعة فى مكتبة ذات العلامات التجارية x, y, z حيث $x: y: z = 3: 5: 10$

(5) إذا كانت الرياضة المفضلة لدى 80 طالبًا من طلاب الصف الأول الإعدادى موضحة فى الجدول المقابل: مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

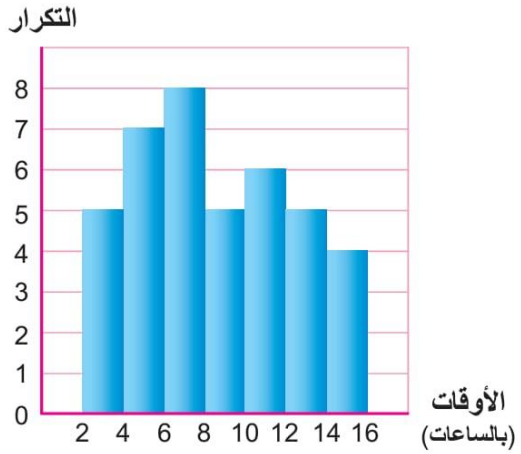
الرياضة	كرة القدم	كرة اليد	التنس	السباحة
التكرار	48	8	8	16

(6) يوضح مخطط القطاعات الدائرية المقابل توزيع فصائل الدم لمجموعة من الأشخاص، فكانت فصيلة الدم A لدى $2,800,000$ شخص. فما عدد الأشخاص الذين شملهم الاستبيان؟ وكم منهم كانت فصيلة الدم AB ؟



(7) تنمو مبيعات التجزئة عبر الإنترنت بسرعة كبيرة. فإذا كانت أعلى فئات مبيعات التجزئة عبر الإنترنت 50% هى للسفر. وكانت 20% للملابس والأحذية، 15% لأجهزة وبرامج الكمبيوتر، 10% للسيارات وقطع الغيار للمفروشات المنزلية. ارسم مخطط القطاعات الدائرية لتمثيل المبيعات عبر الإنترنت.

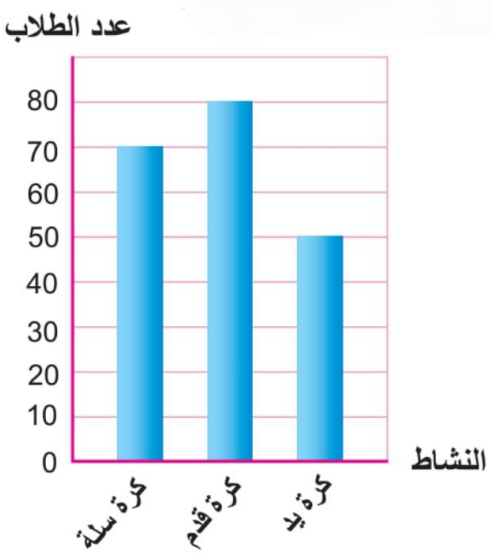
(8) يوضح المدرج التكرارى التالى الوقت المنقضى فى استخدام التليفون المحمول أسبوعيًا ل 40 تلميذًا. مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.



(9) توضح الأعمدة البيانية التالية توزيع الطلاب فى الأنشطة الصيفية حسب رغباتهم.
أكمل الجدول التالى:

النشاط	كرة سلة	كرة قدم	كرة يد
النسب	..... %	..... %	..... %

ثم مثل البيانات بالقطاعات الدائرية.



(10) مخطط القطاعات الدائرية المرسوم يمثل أيًا من هذه التوزيعات؟