الوحدة الرابعة

الهندسة

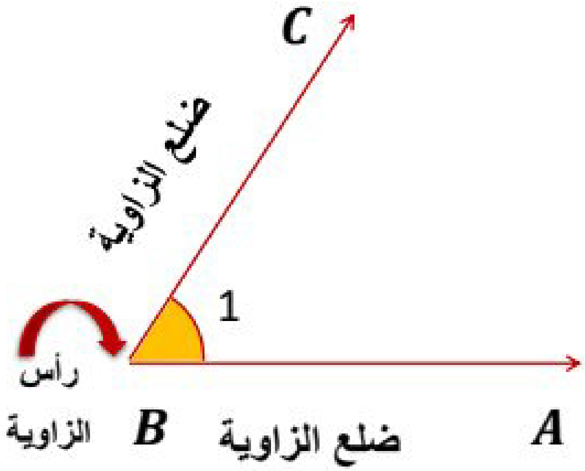
الدرس الأول: أنواع الزوايا والعلاقات بين الزوايا

الزاوية: هى اتحاد شعاعين لهما نفس نقطة البداية.

- نقطة بداية الشعاعين تسمى رأس الزاوية.
- كل من الشعاعين يسمى ضلع الزاوية.

$\overrightarrow{BA} \cup \overrightarrow{BC} = \angle ABC$

وتسمى $\angle ABC$ أو $\angle CAB$ أو $\angle B$ أو $\angle 1$



وحدات قياس الزاوية

هى الدرجة والدقيقة والثانية.

الدرجة تساوى 60 دقيقة $1^\circ = 60`$

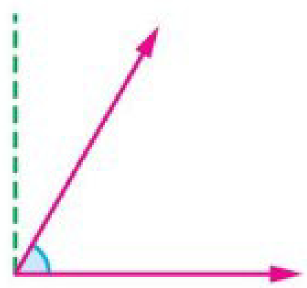
الدقيقة تساوى 60 ثانية $1` = 60``$

أنواع الزوايا

الزاوية الصفرية

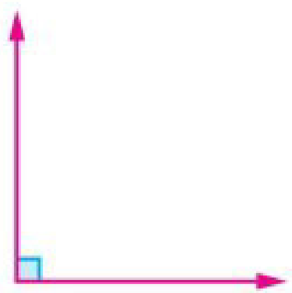
زاوية قياسها يساوى 0° وينطبق ضلعاها.

الزاوية الحادة



زاوية قياسها أكبر من 0° واصغر من 90°

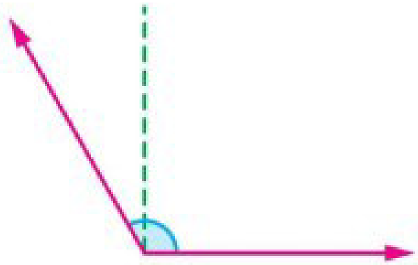
الزاوية القائمة



زاوية قياسها يساوى 90°

01065131384

الزاوية المنفرجة

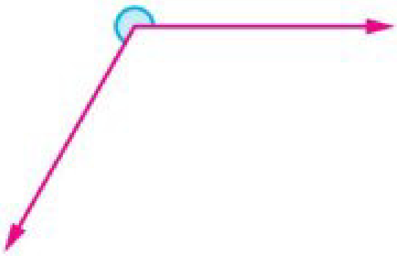


زاوية قياسها أكبر 90°
وأصغر من 180°

الزاوية المستقيمة

زاوية قياسها 180°
وضلعاها فى اتجاهين
متضادين على استقامة واحدة

الزاوية المنعكسة



زاوية قياسها أكبر من 180°
وأصغر من 360°

مثال(1)

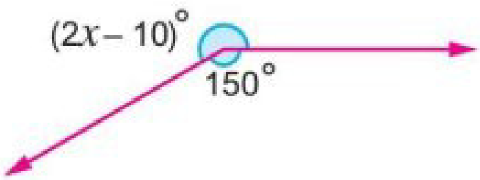
أوجد قيمة x فى كل مما يأتى:

①

الحل

$$2x - 10^\circ = 180^\circ$$
$$2x = 180^\circ + 10^\circ$$
$$2x = 190^\circ$$
$$x = \frac{190^\circ}{2} = 95^\circ$$

②



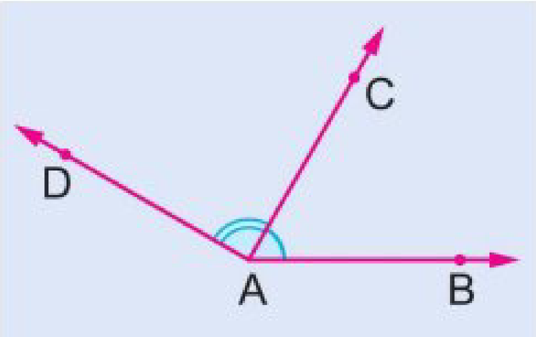
الحل

$$2x - 10^\circ = 360^\circ - 150^\circ$$
$$2x - 10^\circ = 210^\circ$$
$$2x = 210^\circ + 10^\circ = 220^\circ$$
$$x = \frac{220^\circ}{2} = 110^\circ$$

العلاقات بين الزوايا

الزاويتان المتجاورتان: هما زاويتان تقعان فى نفس المستوى، ولهما رأس مشترك وضلع مشترك، ويقع الضلعان الآخران فى جهتين مختلفتين من الضلع المشترك.

مثال:



الزاويتان $\angle BAC$ ، $\angle CAD$ متجاورتان لأن:

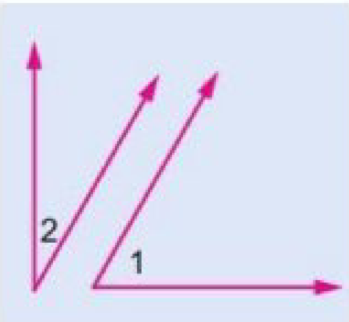
لهما رأس مشترك A ، وضلع مشترك $\overrightarrow{AC}$

يقع الضلعان الآخران $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AD}$

فى جهتين مختلفتين من الضلع المشترك $\overrightarrow{AC}$

الزاويتان المتتامتان: هما زاويتان مجموع قياسهما $90°$

مثال:



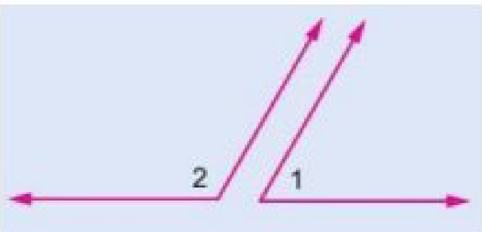
إذا كان: $m(\angle 1) = 60°$ ، $m(\angle 2) = 30°$

فإن: $\angle 1$ ، $\angle 2$ زاويتان متتامتان لأن:

$$m(\angle 1) + m(\angle 2) = 60° + 30° = 90°$$

الزاويتان المتكاملتان: هما زاويتان مجموع قياسهما $180°$

مثال:



إذا كان: $m(\angle 1) = 60°$ ، $m(\angle 2) = 120°$

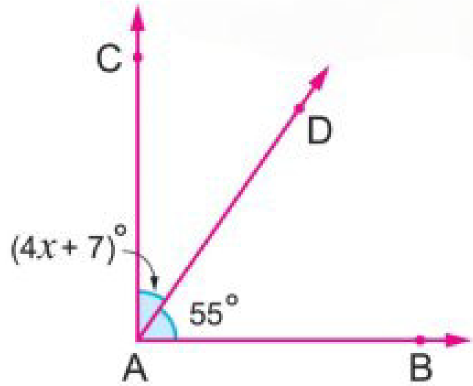
فإن: $\angle 1$ ، $\angle 2$ زاويتان متكاملتان لأن:

$$m(\angle 1) + m(\angle 2) = 60° + 120° = 180°$$

مثال(2)

أوجد قيمة x فى كل مما يأتى:

① إذا كان $\overrightarrow{AB}$ عموديًا على $\overrightarrow{AC}$

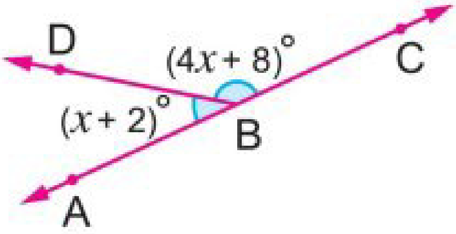


الحل

الزاويتان تكونان زاوية قائمة

$$55^\circ + 4x + 7^\circ = 90^\circ$$
$$4x + 62 = 90^\circ$$
$$4x = 90^\circ - 62^\circ = 28^\circ$$
$$x = \frac{28^\circ}{4} = 7^\circ$$

② إذا كانت A ، B ، C على استقامة واحدة.



الحل

الزاويتان تكونان زاوية مستقيمة

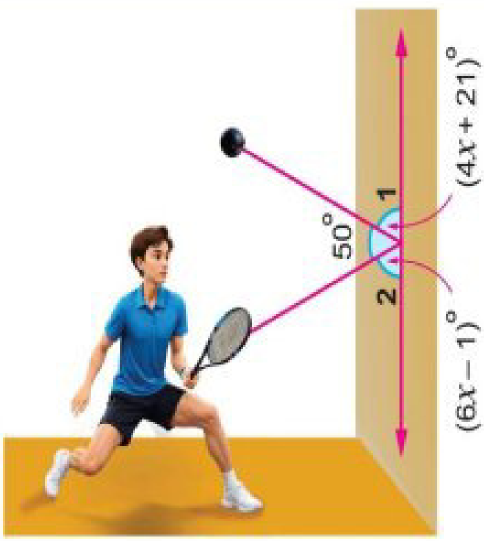
$$4x + 8^\circ + x + 2^\circ = 180^\circ$$
$$5x + 10^\circ = 180^\circ$$
$$5x = 180^\circ - 10^\circ = 170^\circ$$
$$x = \frac{170^\circ}{5} = 34^\circ$$

مثال(3)

أثناء ممارسة أمجد للعبة الإسكواش ضرب الكرة فارتطمت بالحائط وارتدت عنه.

أوجد قيمة x ثم عوض لإيجاد:

$m(\angle 1)$ ، $m(\angle 2)$



الحل

$$4x + 21° + 50° + 6x - 1° = 180°$$

$$10x + 70° = 180°$$

$$10x = 180° - 70° = 110°$$

$$x = \frac{110°}{10} = 11°$$

$$m(\angle 1) = 4x + 21° = 4 \times 11° + 21° = 44° + 21° = 65°$$

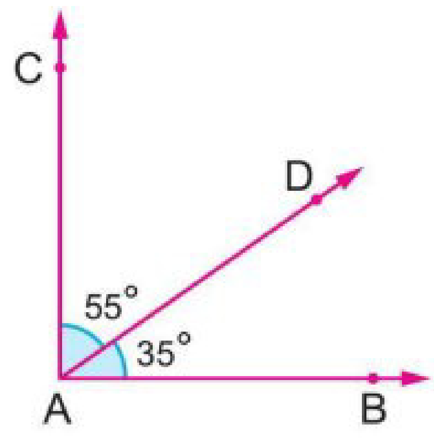
$$(\angle 2) = 6x - 1° = 6 \times 11° - 1° = 66° - 1° = 65°$$

ملحوظة

- إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متتامتين، فإن الضلعين المتطرفين لهما يكونان متعامدين.
- إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متكاملتين، فإن الضلعين المتطرفين لهما يكونان على استقامة واحدة.

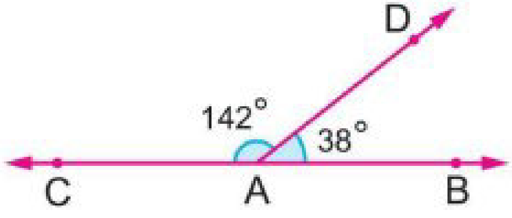
مثال(4)

①



هل $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$ ؟اذكر السبب

②



هل $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ على استقامة واحدة؟اذكر السبب.

الحل

$\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{AB}$

$m(\angle BAD) + m(\angle DAC) = 90°$

الحل

$\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{AB}$ على استقامة واحدة

$m(\angle BAD) + m(\angle DAC) = 180°$

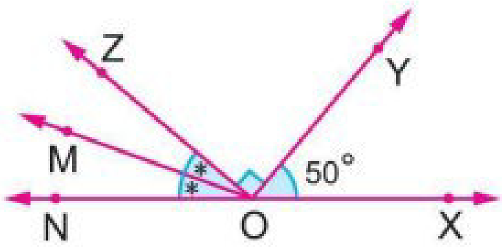
منصف الزاوية: هو الشعاع الذى يقسم الزاوية إلى زاويتين متطابقتين (متساويتين فى القياس) .

مثال(5)

فى الشكل المقابل:

$O \in \overrightarrow{XN}$ ، إذا كان $\overrightarrow{OM}$ ينصف $\angle NOZ$

فأوجد $m(\angle MOX)$



الحل

$$m(\angle NOZ) + 90° + 50° = 180°$$

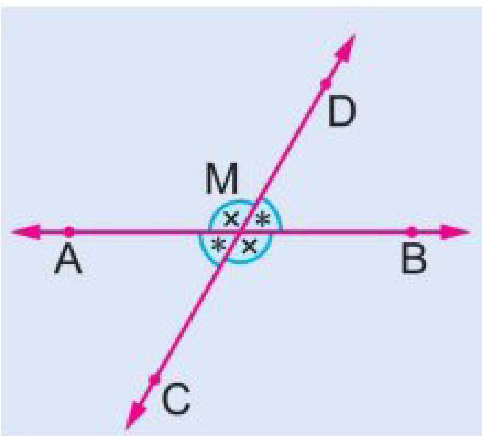
$$m(\angle NOZ) + 140° = 180°$$

$$m(\angle NOZ) = 180° - 140° = 40°$$

$$m(\angle NOM) = m(\angle MOZ) = \frac{40°}{2} = 20°$$

$$m(\angle MOX) = 20° + 90° + 50° = 160°$$

الزاويتين المتقابلتين بالرأس: الزاويتان المتقابلتان بالرأس هما زاويتان غير متجاورتين ناتجتان من تقاطع مستقيمين.



مثال:

الزاويتان $\angle AMC$ ، $\angle BMD$ متقابلتان بالرأس.

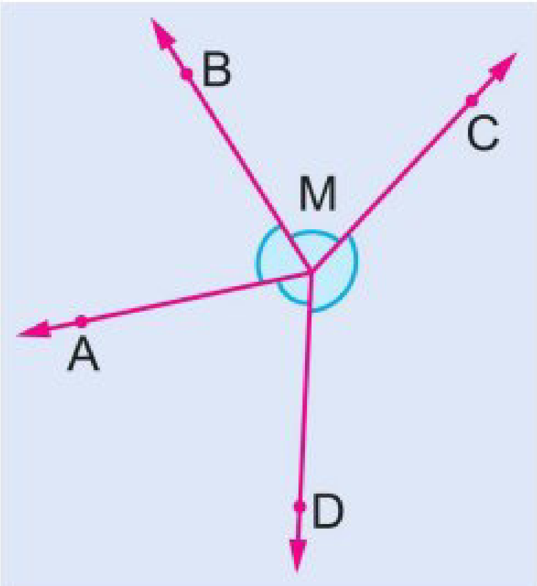
الزاويتان $\angle AMD$ ، $\angle BMC$ متقابلتان بالرأس.

أى أن

$$m(\angle BMD) = m(\angle AMC)$$
$$m(\angle BMC) = m(\angle AMD)$$

الزوايا المتجمعة حول نقطة: مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوى $360°$

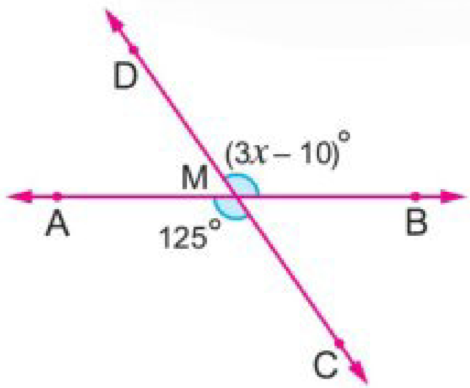
مثال:



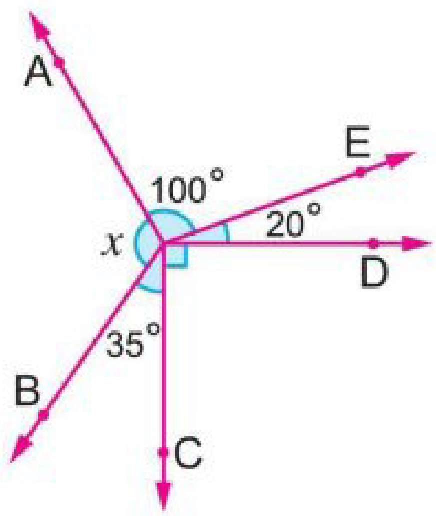
$$m(\angle AMB) + m(\angle BMC) + m(\angle CMD) + m(\angle DMA) = 360°$$

مثال(6)

أوجد قيمة x فى كل مما يأتى: ① $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$



②



الحل

$$3x - 10° = 125°$$

$$3x = 125° + 10° = 135°$$

$$x = \frac{135°}{3} = 45°$$

الحل

$$x + 100° + 20° + 90° + 35° = 360°$$

$$x + 245° = 360°$$

$$x = 360° - 245° = 115°$$

تمارين على أنواع الزوايا والعلاقات بين الزوايا

(1) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(1) ما نوع الزاوية المكملة لزاوية حادة؟

(أ) حادة (ب) منفرجة (ج) مستقيمة (د) منعكسة

(2) ما نوع الزاوية المكملة لزاوية منفرجة؟

(أ) حادة (ب) منفرجة (ج) مستقيمة (د) منعكسة

(3) ما نوع الزاوية المكملة لزاوية صفرية؟

(أ) حادة (ب) منفرجة (ج) مستقيمة (د) منعكسة

(4) ما نوع الزاوية المكملة لزاوية مستقيمة؟

(أ) حادة (ب) منفرجة (ج) مستقيمة (د) صفرية

(5) ما نوع الزاوية المكملة لزاوية قائمة؟

(أ) حادة (ب) منفرجة (ج) قائمة (د) صفرية

(6) ما نوع الزاوية المتممة لزاوية حادة؟

(أ) حادة (ب) منفرجة (ج) مستقيمة (د) منعكسة

(7) ما نوع الزاوية المتممة لزاوية صفرية؟

(أ) حادة (ب) منفرجة (جـ) مستقيمة (د) قائمة

(8) ما نوع الزاوية المتممة لزاوية قائمة؟

(أ) حادة (ب) منفرجة (جـ) مستقيمة (د) صفرية

(9) ما قياس الزاوية التى تكمل الزاوية التى قياسها $34^\circ 60'$ ؟

(أ) 55° (ب) 56° (جـ) 145° (د) 146°

(10) ما قياس الزاوية التى تكمل الزاوية التى قياسها $89^\circ 59' 60''$ ؟

(أ) 90° (ب) 91° (جـ) 1° (د) 0°

(11) ما قياس الزاوية التى تتمم الزاوية التى قياسها $89^\circ 59' 60''$ ؟

(أ) 90° (ب) 91° (جـ) 1° (د) 0°

(12) إذا كانت الزاويتان A ، B متتامتين وكان $m(\angle A) = 40^\circ$ فما قياس $\angle B$ ؟

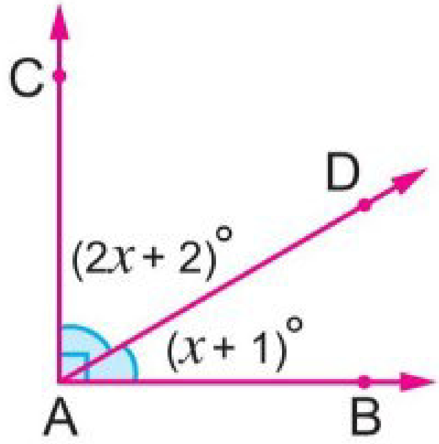
(أ) 90° (ب) 40° (جـ) 50° (د) 140°

(13) إذا كانت الزاويتان A ، B متكاملتين وكان $m(\angle A) = 40^\circ$ فما قياس $\angle$ ؟

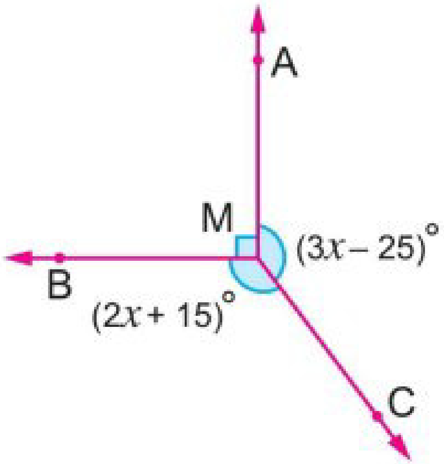
(أ) 90° (ب) 40° (جـ) 50° (د) 140°

(2) أوجد قيمة x فى كل الأشكال التالية:

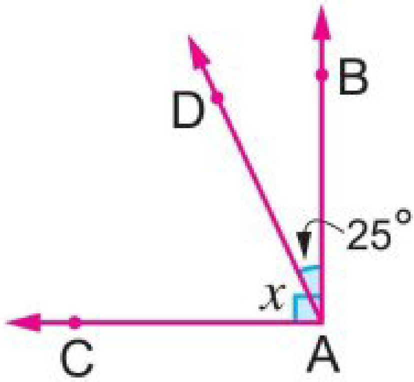
①



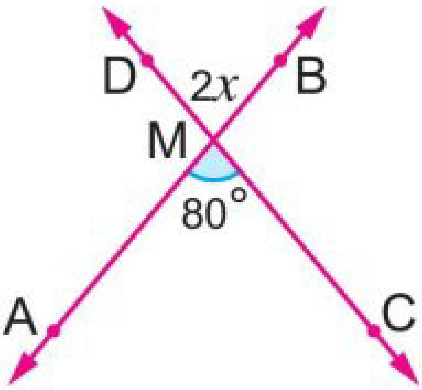
②



③

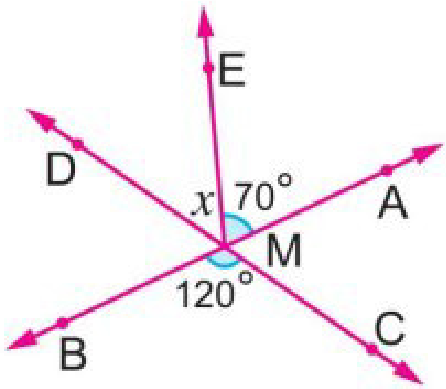


④



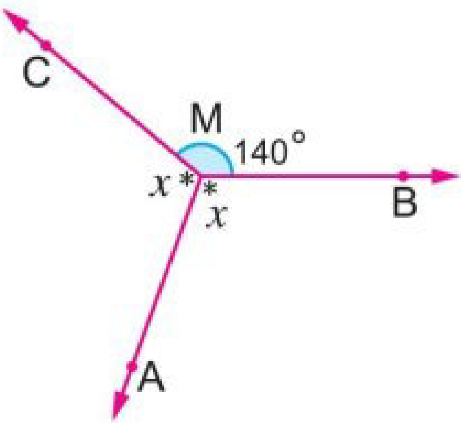
$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$

⑤

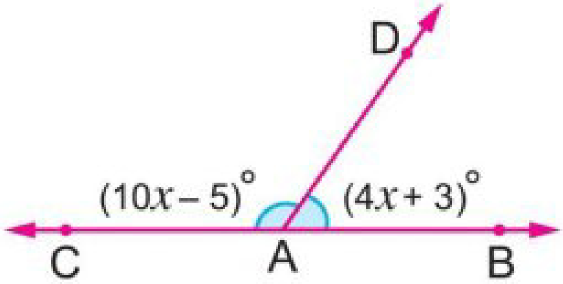


$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$

⑥

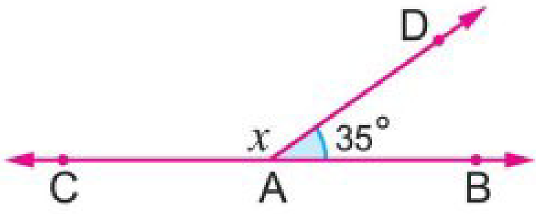


⑦



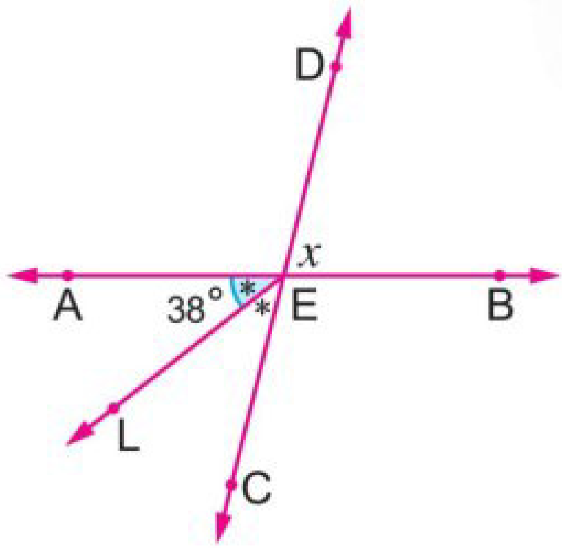
$A \in \overleftrightarrow{CB}$

⑧



$A \in \overleftrightarrow{CB}$

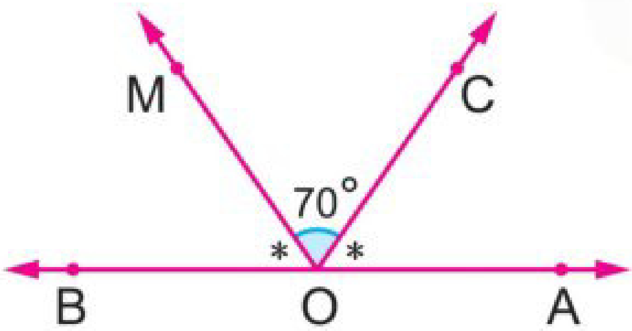
⑨



$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{E\}$

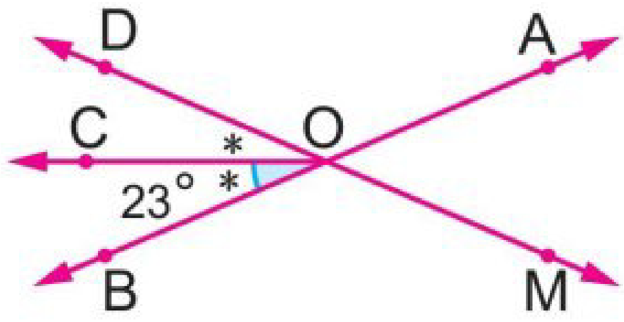
(3) فى كل مما يأتى: أوجد $m(\angle AOM)$

①



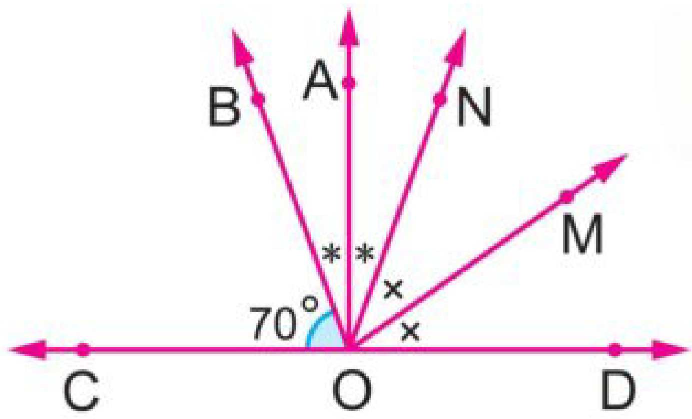
$O \in \overleftrightarrow{AB}$

②



$$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{DM} = \{O\}$$

③

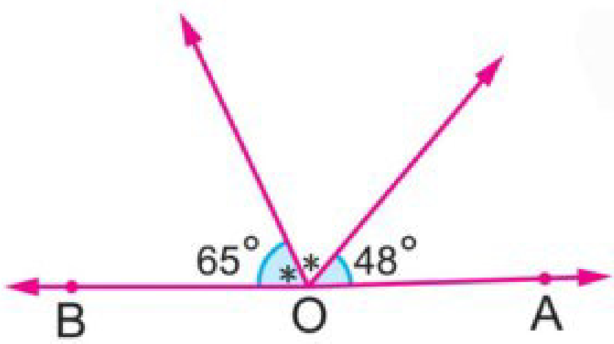


$$O \in \overleftrightarrow{DC}$$

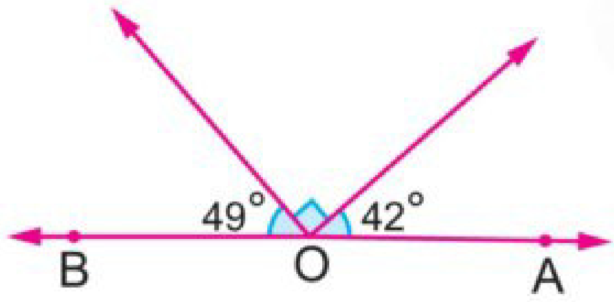
---

(4) فى كل من الأشكال، هل $\overrightarrow{OA}$ ، $\overrightarrow{OB}$ على استقامة واحدة أم لا ؟ ولماذا؟

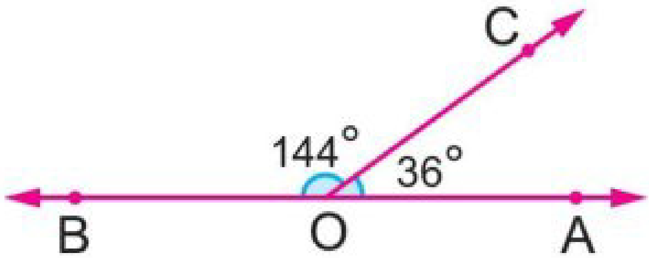
①



②



③



(5) زاويتان متكاملتان، مجموع قياسيهما أكبر بمقدار $74°$ من الفرق بين قياسيهما. فما قياس الزاويتين؟

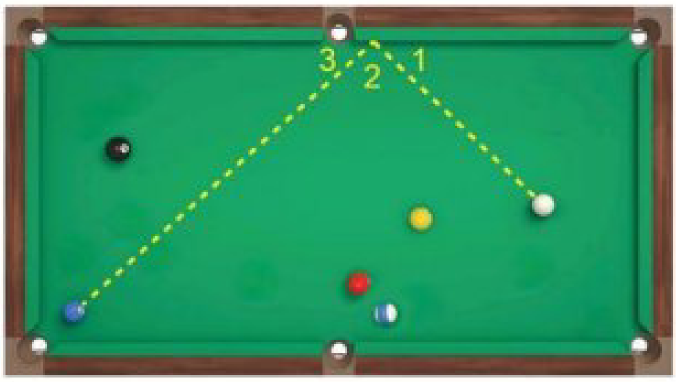
(أ) $106°$، $74°$ (ب) $74°$ ، $16°$ (جـ) $53°$ ، $37°$ (د) $143°$ ، $37°$

(6) زاويتان متقابلتان بالرأس قياس إحداهما $(2x)°$ وقياس الأخرى $(x+28)°$ أوجد قياس إحداهما.

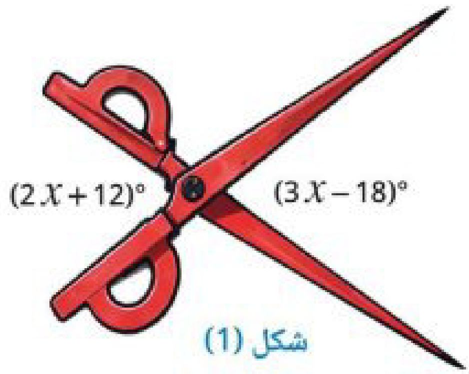
(7) زاويتان متتامتان النسبة بين قياسيهما $7:5$ أوجد قياس الزاوية الصغرى.

(8) زاويتان متكاملتان النسبة بين قياسيهما $4:5$ أوجد قياس الزاوية الكبري.

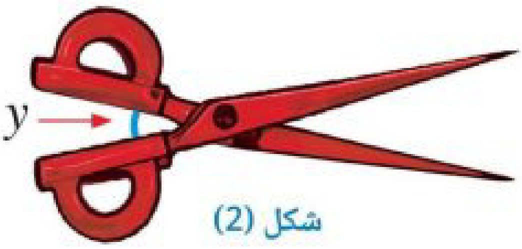
(9) أمامك طاولة بلياردو، إذا كان قياس $\angle 1$ يساوى قياس $\angle 3$ ، وقياس $\angle 1$ يساوى $43°$ قياس $\angle 2$



(10) إذا كان قياس الزاويتين بين ذراعى المقص هما $(3x - 18)°$ ، $(2x + 12)°$ كما فى شكل (1) وتم تقليل قياس الزاوية بين ذراعى المقص بمقدار $(x + 16)°$ كما فى شكل (2) أوجد قيمة y



شكل (1)



شكل (2)

(11) طرح على مريم وساندى السؤال التالى:

ما قياس إحدى زاويتين متتامتين الفرق بين قياسيهما $12°$ ؟ أى الطالبتين حلها صواب؟ وأشرح لماذا الناتج مختلف.

حل مريم :

$X + (X - 12°) = 90°$

$2X - 12° = 90°$

$2X = 90° + 12° = 102°$

$X = \frac{102°}{2} = 51°$

حل ساندى :

$(90° - X) - X = 12°$

$90° - 2X = 12°$

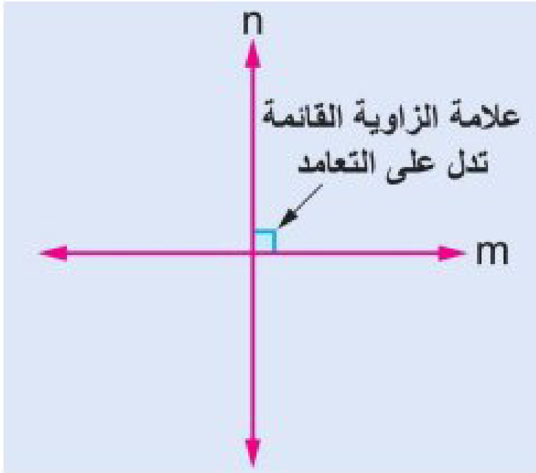
$2X = 90° - 12° = 78°$

$X = \frac{78°}{2} = 39°$

الدرس الثانى: التوازى

المستقيمان المتعامدان

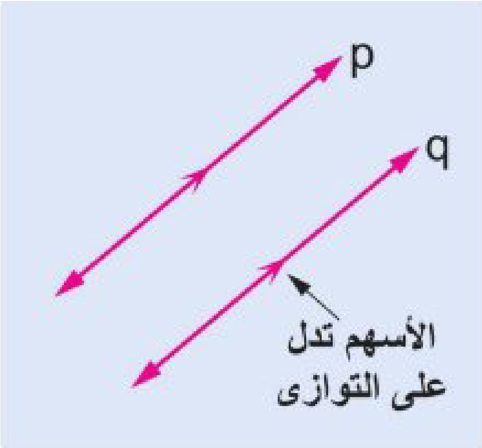
المستقيمان المتعامدان هما مستقيمان ينتج من تقاطعهما 4 زوايا قائمة.



$m \perp n$

المستقيمان المتوازيان

المستقيمان المتوازيا هما مستقيمان لا يتقاطعان أبدًا.

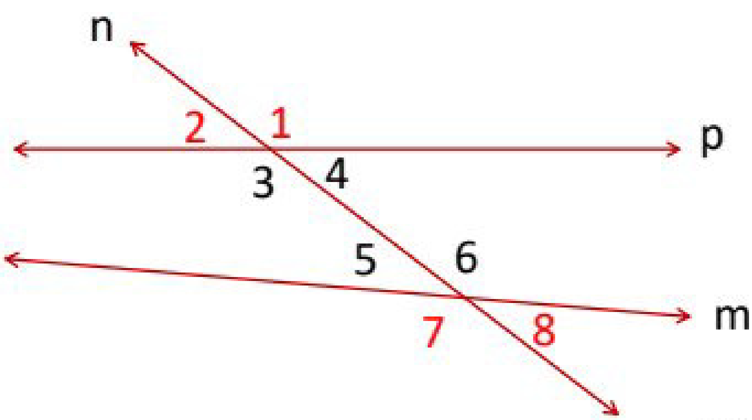


$p // q$

القاطع: هو مستقيم يتقاطع مع مستقيمين أو أكثر.

وإذا قطع مستقيم مستقيمين فإنه ينتج من ذلك ثمانى زوايا:

- أربع زوايا منها تسمى زوايا داخلية، وهى التى بين المستقيمين.
- والأربع زوايا الأخرى تسمى زوايا خارجية وهى التى تقع خارج المستقيمين.



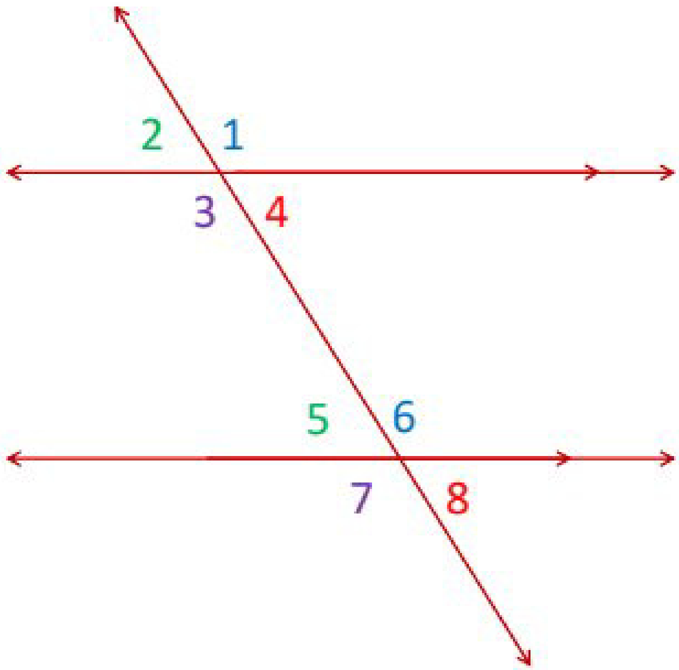
المستقيم n يقطع المستقيمين m ، p

$\angle 3$ ، $\angle 4$ ، $\angle 5$ ، $\angle 6$ زوايا داخلية.

$\angle 1$ ، $\angle 2$ ، $\angle 7$ ، $\angle 8$ زوايا خارجية.

العلاقات بين أزواج الزوايا الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين

إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متناظرتين متساويتان فى القياس.



$\angle 1$ ، $\angle 6$ متناظرتين

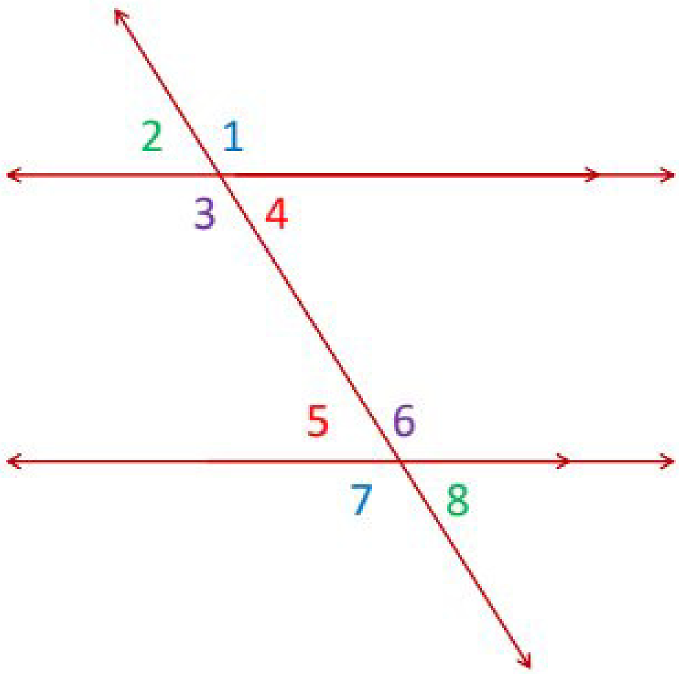
$\angle 3$ ، $\angle 7$ متناظرتين

$\angle 5$ ، $\angle 2$ متناظرتين

$\angle 4$ ، $\angle 8$ متناظرتين

$$m(\angle 1) = m(\angle 6)$$
$$m(\angle 7) = m(\angle 3)$$
$$m(\angle 2) = m(\angle 5)$$
$$m(\angle 8) = m(\angle 4)$$

إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متبادلتين متساويتان فى القياس.



$\angle 3$ ، $\angle 6$ متبادلتان داخليًا

$\angle 4$ ، $\angle 5$ متبادلتان داخليًا

$\angle 1$ ، $\angle 7$ متبادلتان خارجيًا

$\angle 8$ ، $\angle 2$ متبادلتان خارجيًا

$$m(\angle 6) = m(\angle 3)$$

$$m(\angle 5) = m(\angle 4)$$

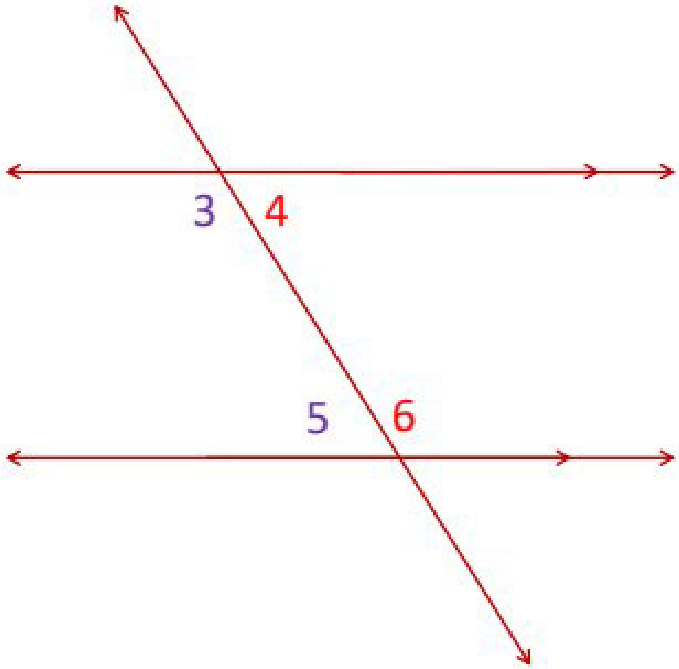
$$m(\angle 1) = m(\angle 7)$$

$$m(\angle 2) = m(\angle 8)$$

الزاويتان المتناظرتان: هما الزاويتان الواقعتان فى جهة واحدة من القاطع، إحداهما خارجية و الأخرى داخلية وغير متجاورتين.

الزاويتان المتبادلتان: هما الزاويتان الداخليتان أو الزاويتان الخارجيتان الواقعتان فى جهتين مختلفتين من القاطع وغير متجاورتين.

إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين داخليتين وفى جهة واحدة من القاطع متكاملتان.



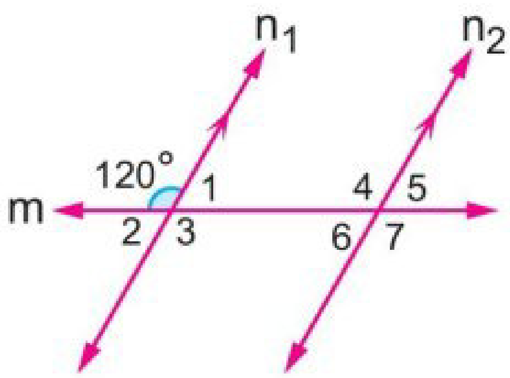
$\angle 3$ ، $\angle 5$ داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع

$\angle 4$ ، $\angle 6$ داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع

$$m(\angle 5) + m(\angle 3) = 180^\circ$$

$$m(\angle 6) + m(\angle 4) = 180^\circ$$

مثال(1)



توجد فى الشكل المقابل ثلاث زوايا قياسها 120° حدد هذه الزوايا مع توضيح السبب إذا كان $n_1 // n_2$ والمستقيم m قاطع لهما.

الحل

$m(\angle 3) = 120^\circ$ (بالتقابل بالرأس)

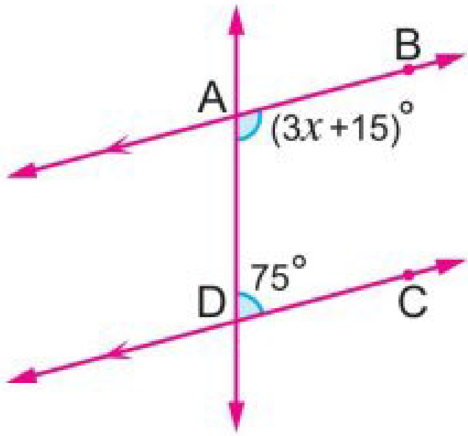
$m(\angle 4) = 120^\circ$ (بالتناظر)

$m(\angle 7) = 120^\circ$ (بالتبادل خارجياً)

أى أن الثلاث زوايا هى: $\angle 3$ ، $\angle 4$ ، $\angle 7$

مثال(2)

فى الشكل المقابل:



$\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{DC}$ **فما قيمة** x **؟**

الحل

$\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{DC}$ ، $\angle BAD$ ، $\angle ADC$ **داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع**

$$m(\angle BAD) + m(\angle ADC) = 180^\circ$$

$$3x + 15^\circ + 75^\circ = 180^\circ$$

$$3x + 90^\circ = 180^\circ$$

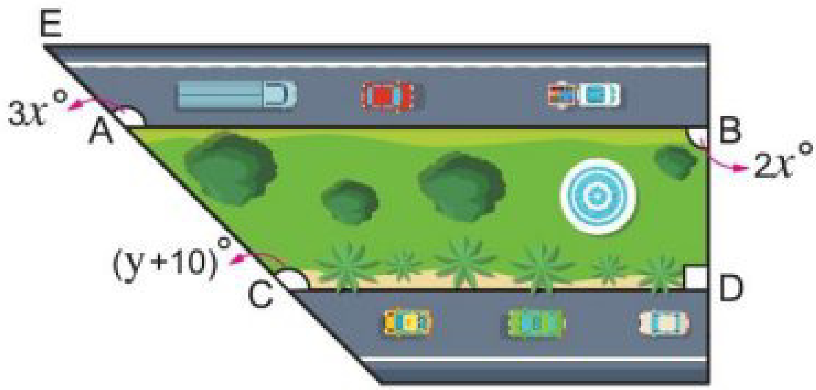
$$3x = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$x = \frac{90^\circ}{3} = 30^\circ$$

مثال(3)

يمثل الشكل المقابل حديقة بين طريقين متوازيين.

أوجد قيمة كل من x ، y



الحل

$\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$

$\angle ABD$ ، $\angle CDB$ **زاويتان متكاملتان لأنهما داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع**

$$2x + 90^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 180° - 90° = 90°$$

$$x = \frac{90°}{2} = 45°$$

$\angle ACD$ ، $\angle BAE$ زاويتان متساويتان فى القياس لأنهما متناظرتان

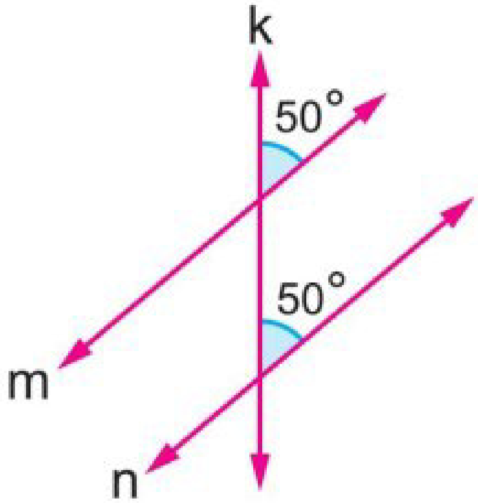
$$(y + 10)° = 3x$$

$$(y + 10)° = 3 \times 45° = 135°$$

$$y = 135° - 10° = 125°$$

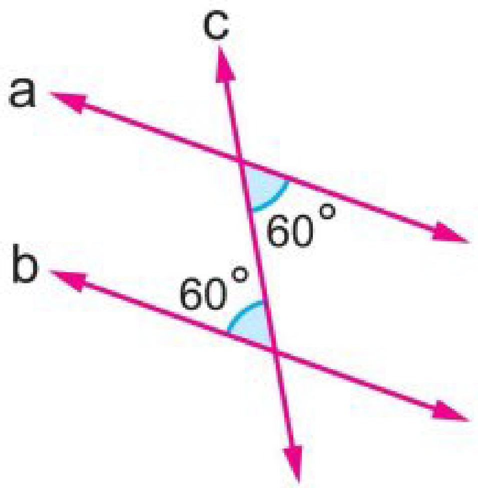
إثبات توازى مستقيمين

زاويتان متناظرتان متساويتان فى القياس:



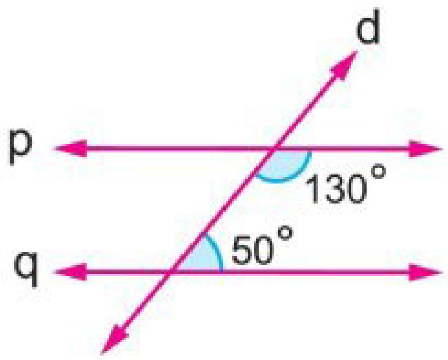
المستقيم m // المستقيم n لوجود زاويتين متناظرتين متساويتين فى القياس

زاويتان متبادلتان متساويتان فى القياس:



المستقيم a // المستقيم b لوجود زاويتين متبادلتين متساويتين فى القياس

زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع متكاملتان:

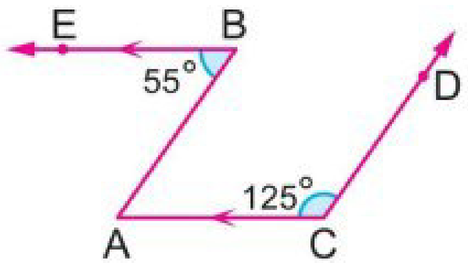


المستقيم p // المستقيم q لوجود زاويتين داخليتين متكاملتين وفى جهة واحدة من القاطع d

---

كتابة البرهان فى الهندسة

مثال(4)



فى الشكل المقابل

$\overrightarrow{CA} // \overrightarrow{BE}$

$m(\angle B) = 55°$ ، $m(\angle C) = 125°$

أثبت أن: $\overleftrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}$

الحل

المعطيات: $\overrightarrow{CA} // \overrightarrow{BE}$ ، $\overleftrightarrow{AB}$ قاطع لهما، $m(\angle B) = 55°$، $m(\angle C) = 125°$

المطلوب: إثبات أن $\overleftrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}$

البرهان:

$\because$ $\overrightarrow{CA} // \overrightarrow{BE}$ ، $\overleftrightarrow{AB}$ قاطع لهما

$\therefore m(\angle A) = m(\angle B) = 55°$

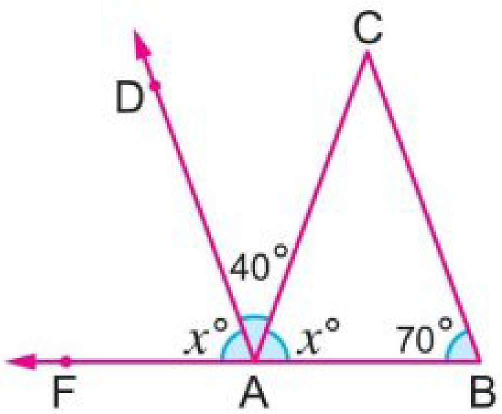
زاويتان متبادلتان داخليًا

$\because m(\angle A) + m(\angle C) = 55^\circ + 125^\circ = 180^\circ$

وهما زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع

$\therefore \overline{AB} // \overrightarrow{CD}$

مثال(5)



فى الشكل المقابل

$F \in \overleftrightarrow{AB}$

$m(\angle CAD) = 4^\circ$ ، $m(\angle B) = 70^\circ$

أثبت أن: $\overline{BC} // \overrightarrow{AD}$

الحل

المعطيات: $F \in \overleftrightarrow{AB}$، $m(\angle B) = 70^\circ$، $m(\angle CAD) = 4^\circ$

المطلوب: إثبات أن $\overline{BC} // \overrightarrow{AD}$

البرهان:

$\because$ $\angle BAF$ زاوية مستقيمة

$\therefore m(\angle BAF) = 180^\circ$

$\therefore 2x + 40^\circ = 180^\circ$

$\therefore 2x = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ \therefore x = \frac{140^\circ}{2} = 70$

$\therefore m(\angle FAD) = 70^\circ$

$\because m(\angle B) = 7$

$\therefore m(\angle FAD) = m(\angle B) = 70^\circ$

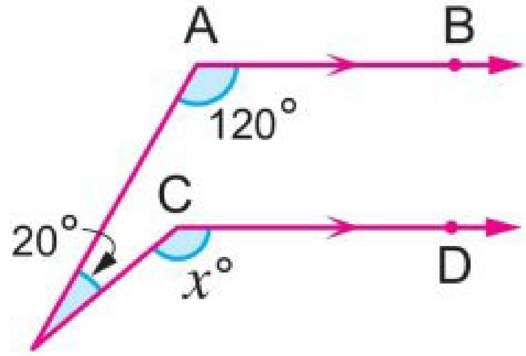
وهما زاويتان فى وضع التناظر

$\therefore \overline{BC} // \overrightarrow{AD}$

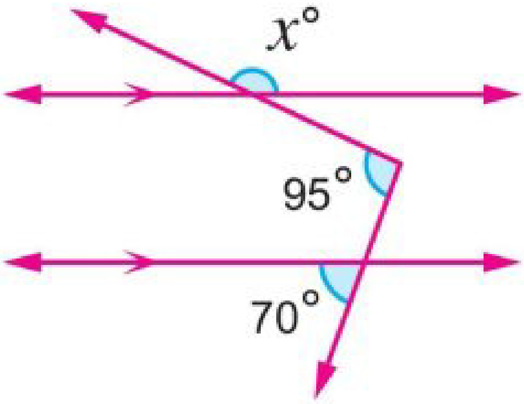
تمارين على التوازى

(1) أوجد قيمة x فى كل من الأشكال الآتية:

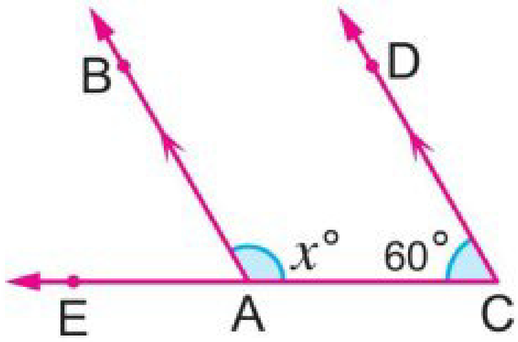
①



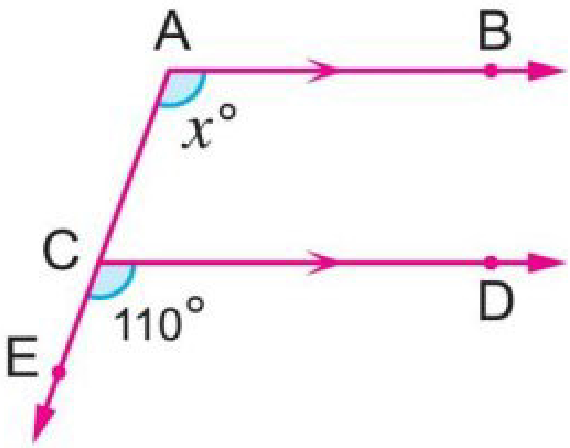
②



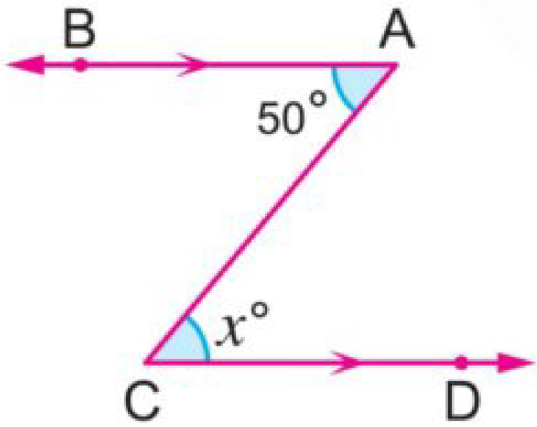
③



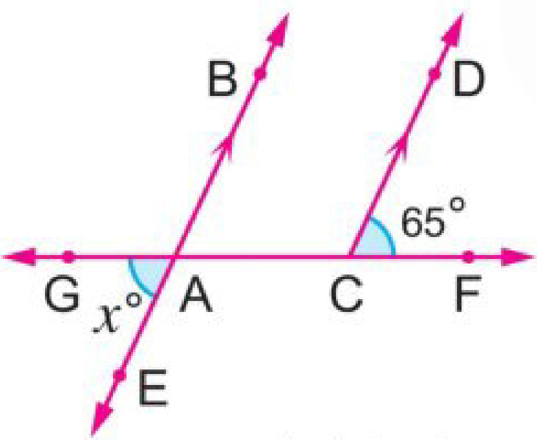
④



⑤



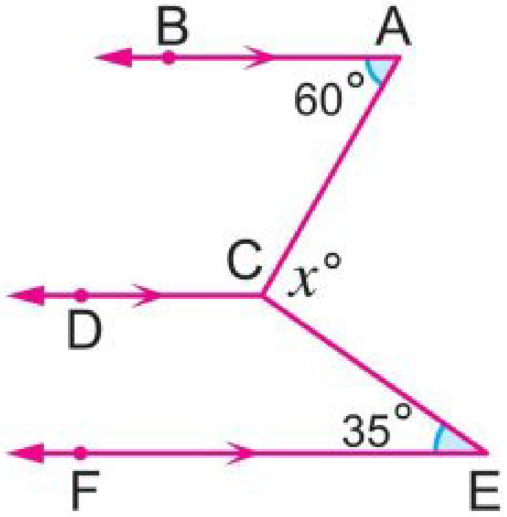
⑥



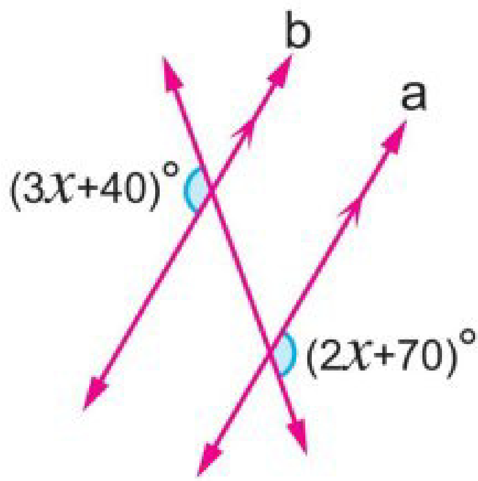
$\overleftrightarrow{FG} \cap \overleftrightarrow{BE} = \{A\}$

(2) أوجد بالبرهان قيمة x فى كل من الأشكال التالية:

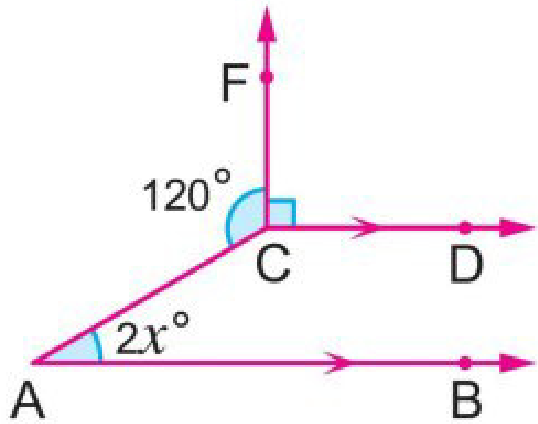
①



②

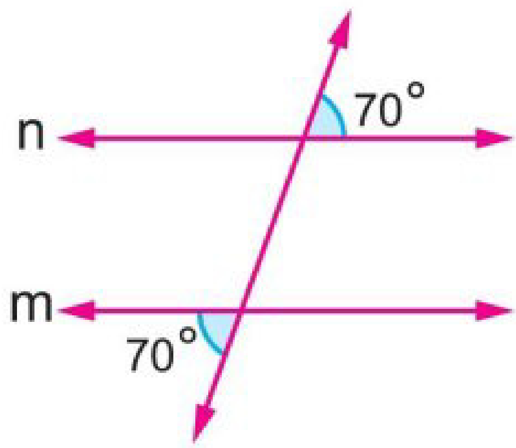


③

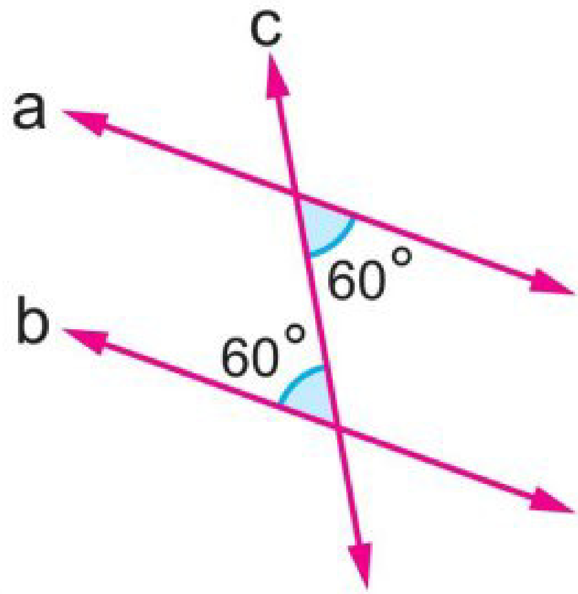


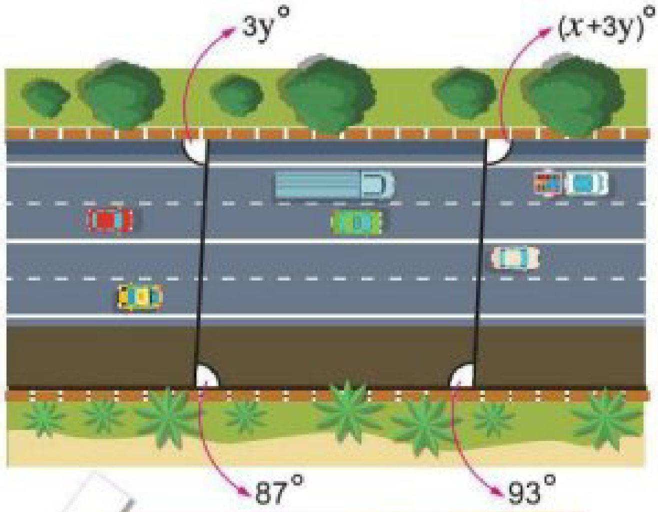
(3) فى كل من الأشكال التالية أثبت $m//n$ أن:

①



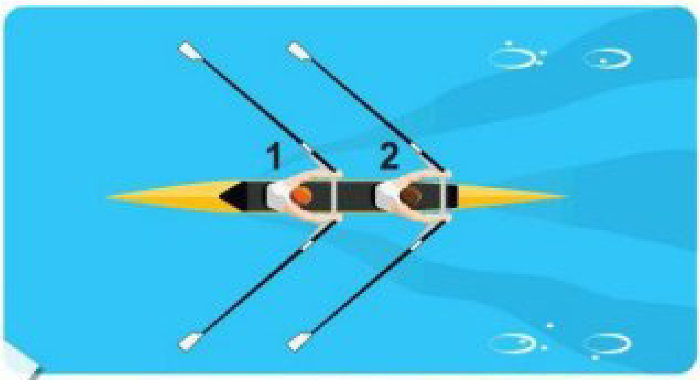
②





تأكد من عبور الطريق من الحارات المخصصة للمشاة لتجنب الحوادث

(4) يمثل الشكل المقابل طريقًا للمشاة بجانب طريق للسيارات، فما قيمة x ؟



فى رياضة التجديف يجب أن تحافظ على توازى المجاديف فى كل جانب أثناء السباق للحصول على الأداء الأمثل.

(5) تجرى بعض سباقات التجديف فى نهر النيل. فإذا كان فى لحظة معينة

$m(\angle 1) = (2x - 6)^\circ$ ،

$m(\angle 2) = (3x - 29)^\circ$، فهل

عند $x = 23^\circ$

يكون المجدافان بالجانب الأيسر متوازيين أم لا؟

---

(6) قام مصطفى بإنشاء نمط لفتح شاشة تليفونه المحمول كما بالشكل الموضح، فما العلاقة بين z، y، x؟

(أ) $x = y + z$

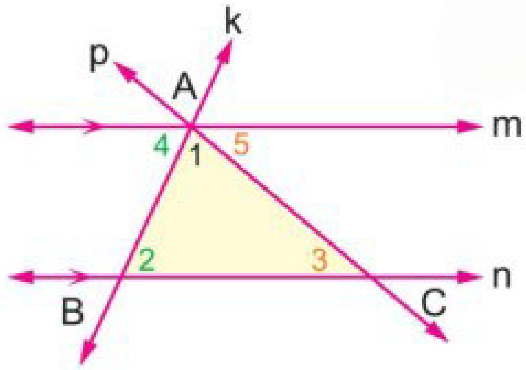
(ب) $y = x + z$

(جـ) $z = y + y$

(د) $x + y + z = 360^\circ$

الدرس الثالث: المثلث

مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث



المستقيمان m،n متوازيان

والمستقيم k يقطعهما فى A، B

والمستقيم p يقطعهما فى A، C

$\angle 4$،$\angle 1$، $\angle 5$ يكونون زاوية مستقيمة

$$\therefore m(\angle 4) + m(\angle 2) + m(\angle 5) = 180^\circ$$

زوايتان متبادلتان $\because m(\angle 4) = m(\angle 2)$

زوايتان متبادلتان $\because m(\angle 5) = m(\angle 3)$

$$\therefore m(\angle 2) + m(\angle 1) + m(\angle 3) = 180^\circ$$

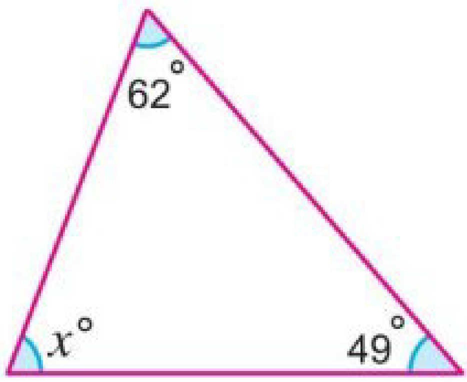
قاعدة

مجموع قياسات الزوايا الداخلة لأى مثلث يساوى 180°

مثال(1)

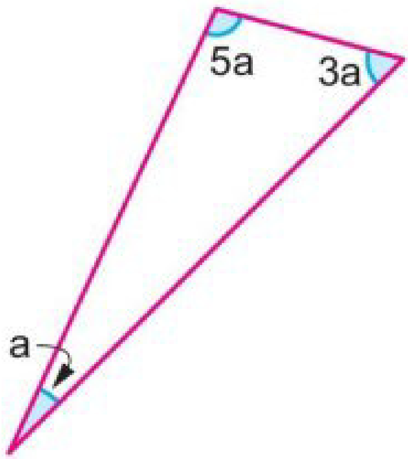
أوجد قيمة المتغير فى كل مما يأتى:

1



الحل

2

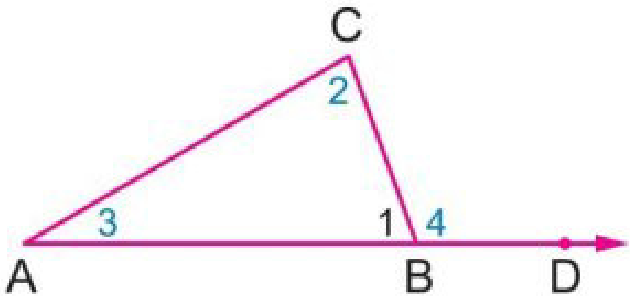


الحل

$$62^\circ + 49^\circ + x = 180^\circ$$
$$x = 180^\circ - 111^\circ$$
$$x = 69^\circ$$

$$5a + 3a + a = 180^\circ$$
$$9a = 180^\circ$$
$$a = \frac{180^\circ}{9} = 20^\circ$$

الزاوية الخارجة للمثلث



إذا كان ABC مثلثًا، $D \in \overrightarrow{AB}$ ،$D \notin \overline{AB}$

فإن $\angle 4$ تسمى زاوية خارجة للمثلث ABC

$\angle 1$ ،$\angle 2$ ،$\angle 3$ زاويا داخلة للمثلث

$$m(\angle 4) + m(\angle 2) + m(\angle 1) = 180^\circ \qquad (1)$$

$\angle 1$ ،$\angle 4$ تكونان زاوية مستقيمة

$$m(\angle 1) + m(\angle 4) = 180^\circ \qquad (2)$$

من (1)،(2) ينتج أن: $m(\angle 4) = m(\angle 2) + m(\angle 3)$

قاعدة

قياس الزاوية الخارجة لأى مثلث يساوى مجموع قياسى الزاويتين الداخلتين عدا المجاورة لها.

مثال(2)

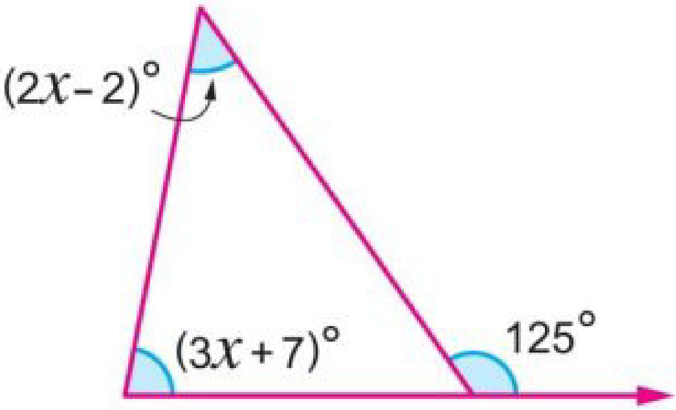
أوجد قيمة المتغير فى كل مما يأتى:

①

الحل

$$x = 82° + 22°$$
$$x = 104°$$

②

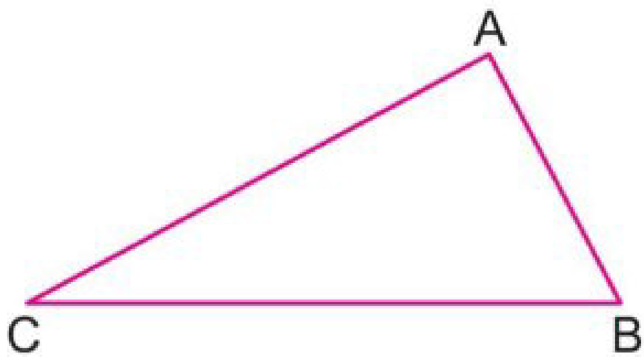


الحل

$$2x - 2° + 3x + 7° = 125°$$
$$5x + 5° = 125°$$
$$5x = 120°$$
$$x = 24°$$

متباينة المثلث

مجموع طولى أى ضلعين فى مثلث أكبر من طول الضلع الثالث.



$$AB + BC > AC$$
$$AB + AC > BC$$
$$AC + BC > AB$$

أنواع المثلثات بالنسبة للأطوال أضلاعها

- **مثلث مختلف الأضلاع.**

- مثلث متساوى الساقين.
- مثلث متساوى الأضلاع.

ملحوظة طول أى ضلع فى المثلث أكبر من الفرق بين طولى الضلعين الآخرين وأقل من مجموعهما.

مثال(3)

هل يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه:

① 10سم، 6 سم، 5سم

الحل

$$5 + 6 = 11$$

$$11 > 10$$

يمكن رسم مثلث

---

② 8سم، 4 سم، 4سم

الحل

$$4 + 4 = 8$$

$$8 = 8$$

لا يمكن رسم مثلث

---

③ 12سم، 3 سم، 6سم

الحل

$$6 + 3 = 9$$

$$9 < 12$$

لا يمكن رسم مثلث

تمارين على المثلث

(1) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

① إذا كان مجموع قياسى زاويتين فى مثلث يساوى $130°$ ، فما قياس الزاوية الثالثة؟

(أ) $20°$ (ب) $30°$ (جـ) $50°$ (د) $60°$

② إذا كان قياس زاويتين فى مثلث هما $30°$، $70°$، فأى مما يلى لا يمكن أن يكون قياسا لزاوية من الزوايا الخارجة عن هذا المثلث؟

(أ) $150°$ (ب) $130°$ (جـ) $110°$ (د) $100°$

③ أى الأعداد الآتية لا تصلح أن تكون أطوالًا لأضلاع مثلث؟

(أ) 4 سم،7سم،7 سم (ب) 4سم،3سم،7 سم (جـ) 7سم،7سم،7 سم (د) 9سم،7سم،5 سم

④ مثلث متساوى الساقين طولا ضلعين فيه 3 سم،7سم فما طول الضلع الثالث؟

(أ) 3 سم (ب) 4 سم (جـ) 5 سم (د) 7 سم

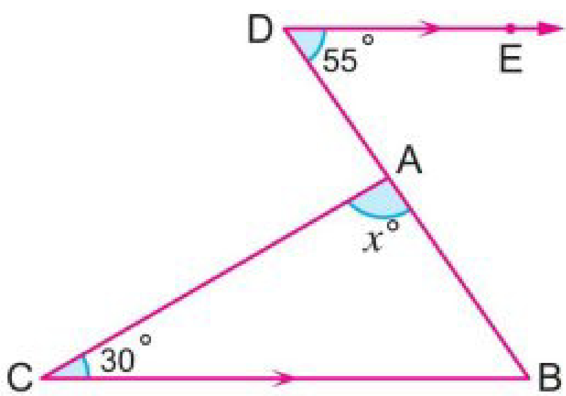
⑤ إذا كان ABC مثلثًا مختلف الأضلاع فيه طول $\overline{AC}$ هو 3سم، وطول $\overline{BC}$ هو 5 سم، فكم عدد صحيح يمكن أن يكون طول$\overline{AB}$؟

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 4 (د) 5

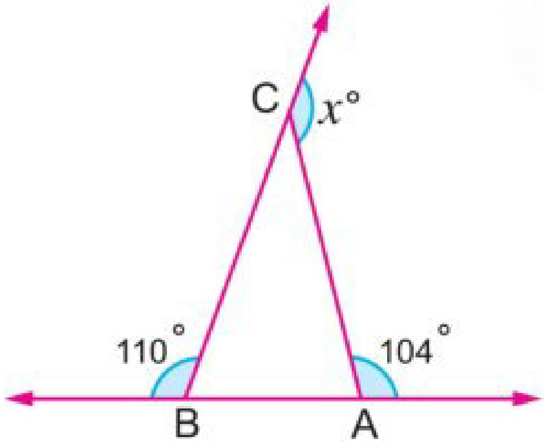
---

(2) أوجد بالبرهان قيمة x فى كل مما يأتى:

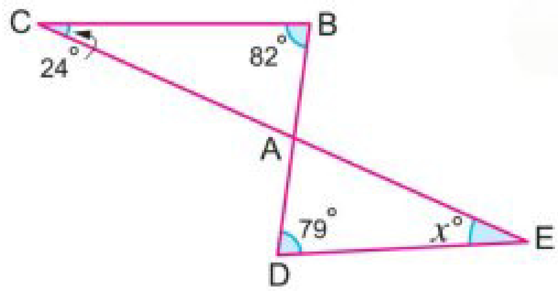
①



②



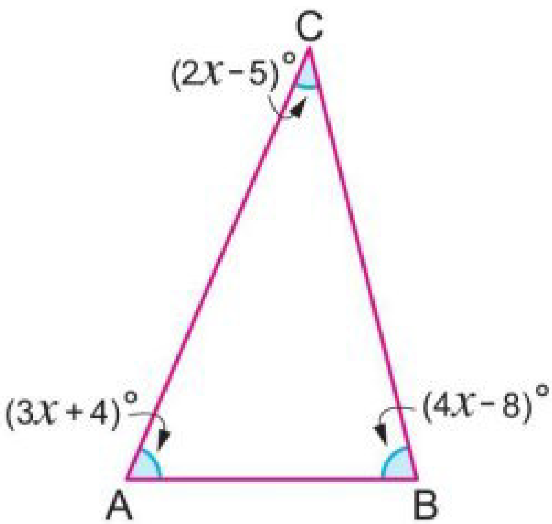
③



$$\overleftrightarrow{DB} \cap \overleftrightarrow{CE} = \{A\}$$

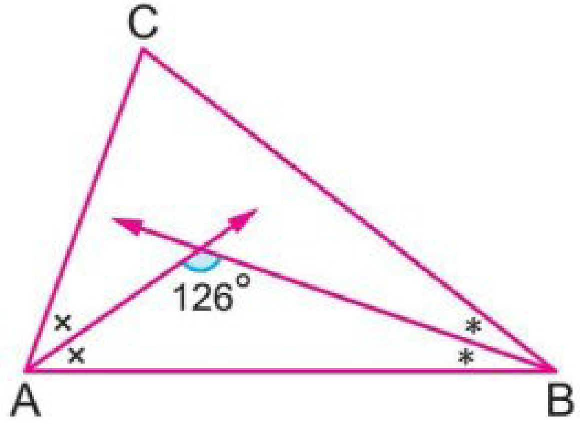
(3) أوجد بالبرهان قيمة ما هو مطلوب أسفل كل شكل:

①



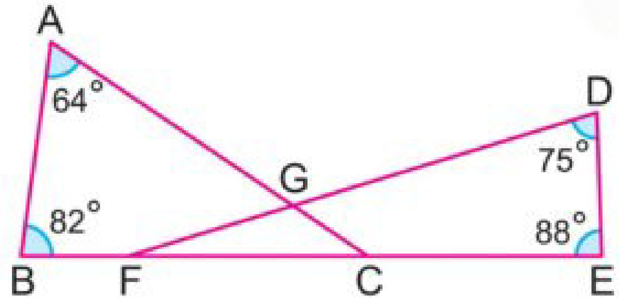
$$m(\angle B)$$

②



$m(\angle C)$

③



$m(\angle FGC)$

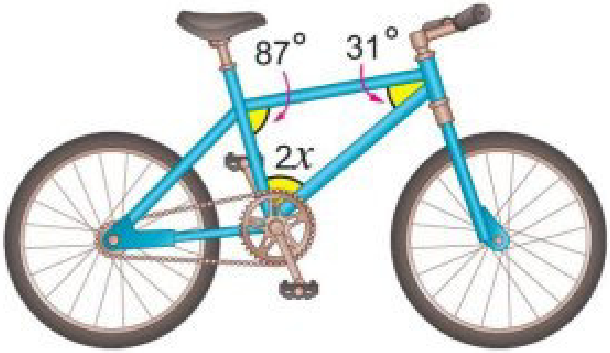
(4) أمامك سلك طوله 48 سم، ثنى طرفا هذا السلك من عند نقطتين عليه ليشكل مثلثًا أى من الأطوال الآتية يتم ثنيه ليشكل مع الجزء المتبقى مثلثًا؟

(أ) 12 سم،16 سم (ب) 12سم،12 سم

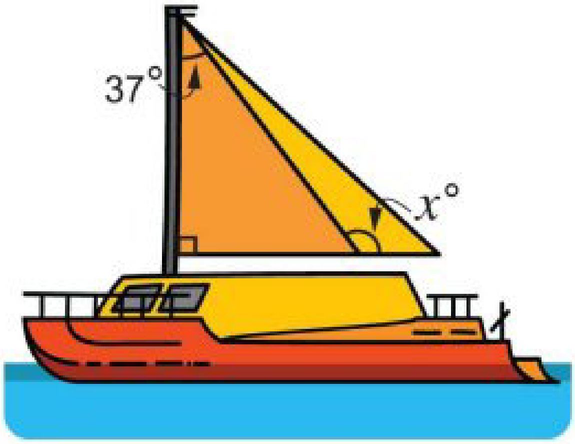
(5) إذا كان ABC مثلثًا فيه طول $\overline{AB}$ هو 5 سسمو طول $\overline{BC}$ هو 7 سم ما أصغر قيمة يمكن أن يأخذها طول $\overline{AC}$ ؟

(6) أوجد قيمة x فى كل مما يأتى:

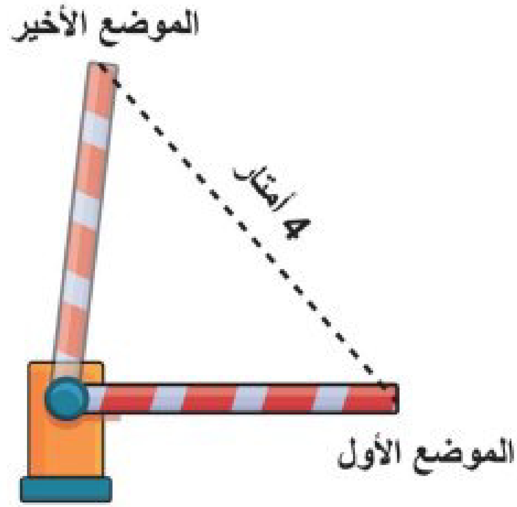
①



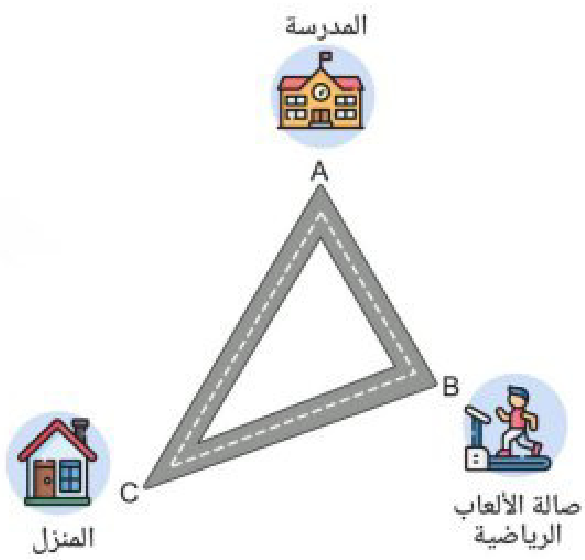
②



(7) عند فتح حاجز السيارات عند مدخل موقف السيارات بزاوية قياسها أقل من 90°، تقاس المسافة بين الموضع الأول والموضع الأخير لنقطة نهايته ب 4 أمتار. ما أصغر عدد صحيح يعبر عن طول الحاجز؟



(8) يستيقظ محمد مبكرًا للذهاب إلى مدرسته التى تبعد عن منزله 300 متر، وبعد انتهاء اليوم الدراسى يتجه محمد إلى صالة الألعاب الرياضية التى تبعد عن المدرسة 197 مترًا، ثم يغادرها بعد الانتهاء من تدريباته ويعود إلى منزله كما هو موضح بالشكل. ما أقل عدد صحيح للمسافة التى يقطعها محمد بالأمتار من خروجه من منزله حتى عودته إليه؟



(9) إذا كان ABC مثلثًا فيه طول $\overline{BC}$ يساوى 9 سم، أوجد أصغر قيمة صحيحة لمحيط المثلث ABC

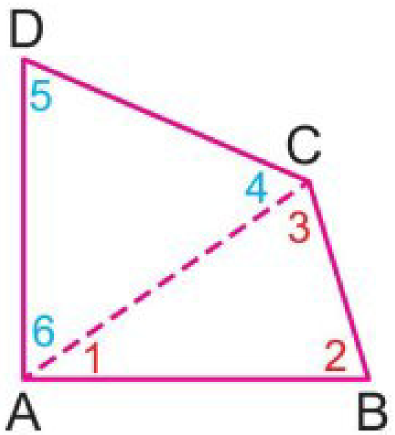
---

(10) هل يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه:

1. 9سم،4 سم، 5سم
2. 7سم،6 سم، 5سم
3. 10م،5 م، 2م

الدرس الرابع: الأشكال الرباعية

مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى



فى الشكل المقابل:

$ABCD$ شكل رباعى رسم فيه $\overline{AC}$ القطر، فانقسم الشكل الرباعى إلى مثلثين.

$$m(\angle 1) + m(\angle 2) + m(\angle 3) = 180^\circ \qquad (1)$$

$$m(\angle 4) + m(\angle 5) + m(\angle 6) = 180^\circ \qquad (2)$$

من (1)،(2) ينتج أن:

$$m(\angle 1) + m(\angle 2) + m(\angle 3) + m(\angle 4) + m(\angle 5) + m(\angle 6) = 360^\circ$$

$$m(\angle A) + m(\angle B) + m(\angle C) + m(\angle D) = 360^\circ$$

أى أن مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل يساوى 360°

قاعدة

مجموع قياسات الزوايا الداخلة لأى شكل رباعى $ABCD$ يساوى 360°

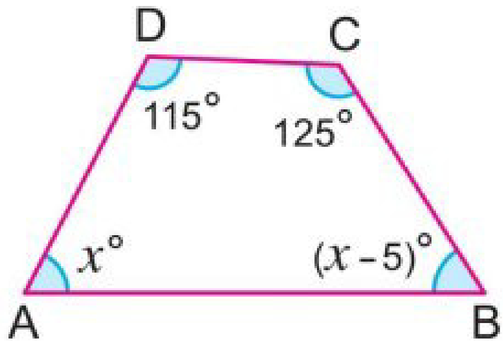
ملحوظة

قطر الشكل الرباعى هو القطعة المستقيمة الواصلة بين رأسين غيرمتتاليين.

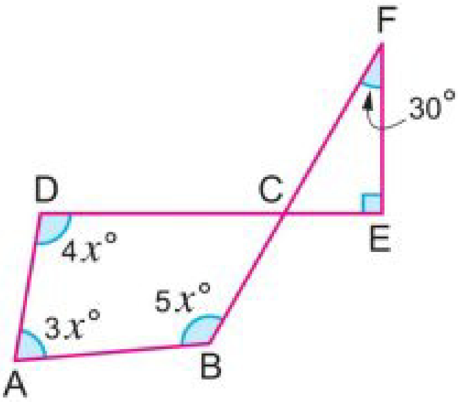
مثال(1)

أوجد قيمة x فى كل من الأشكال التالية:

①



②



الحل (①)

$$x + x - 5^\circ + 115^\circ + 125^\circ = 360^\circ$$

$$2x + 235^\circ = 360^\circ$$

$$2x = 360^\circ - 235^\circ$$

$$2x = 125^\circ$$

$$x = \frac{125^\circ}{2} = 62.5^\circ$$

الحل (②)

فى المثلث CEF

$$m(\angle ECF) = 180^\circ - 120 = 60^\circ$$

$$m(\angle BCD) = m(\angle ECF) = 60^\circ$$

(بالتقابل بالرأس)

فى الشكل الرباعى $ABCD$

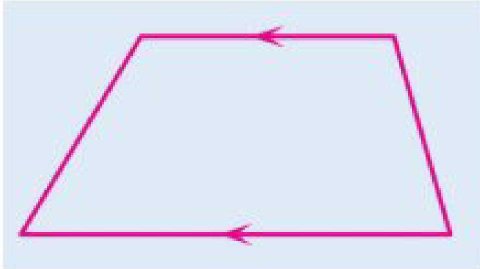
$$4x + 3x + 5x + 60^\circ = 360^\circ$$

$$12x = 360 - 60^\circ = 300^\circ$$

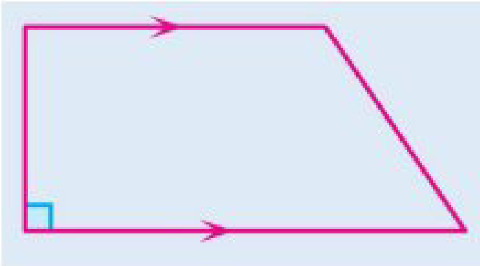
$$x = \frac{300^\circ}{12} = 25^\circ$$

الأشكال الرباعية الخاصة

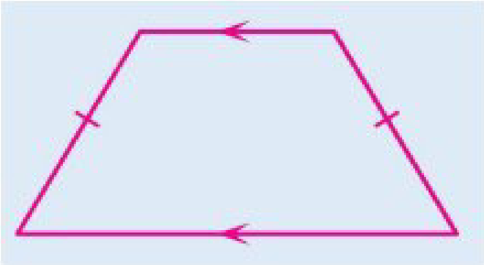
شبه المنحرف: هو شكل رباعى فيه ضلعان فقط متوازيان.



شبه منحرف

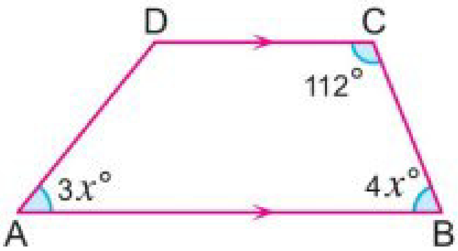


شبه منحرف قائم الزاوية



شبه منحرف متساوى الساقين

مثال(2)



فى الشكل المقابل:

$ABCD$ شبه منحرف

أوجد بالبرهان: $m(\angle D)$

الحل

$\because \overline{DC} // \overline{AB}$، $\overleftrightarrow{BC}$ قاطع لهما

$\therefore m(\angle B) + m(\angle C) = 180^\circ$ (زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع)

$\therefore 4x + 112^\circ = 180^\circ$

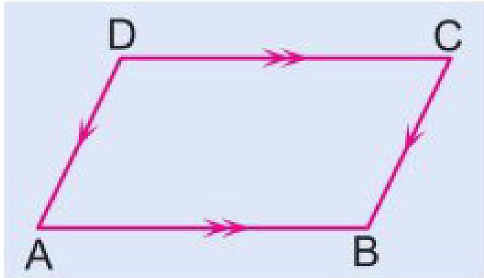
$\therefore 4x = 68^\circ$

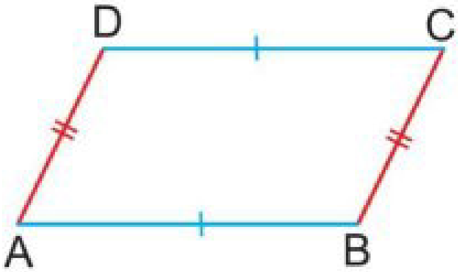
$\therefore x = 17^\circ$

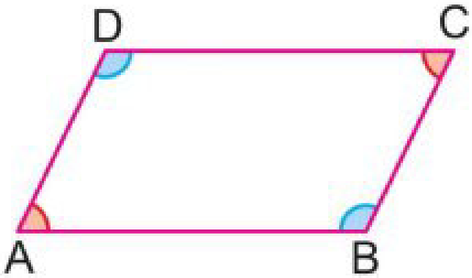
$\therefore m(\angle A) = 3x = 3 \times 17^\circ = 51^\circ$

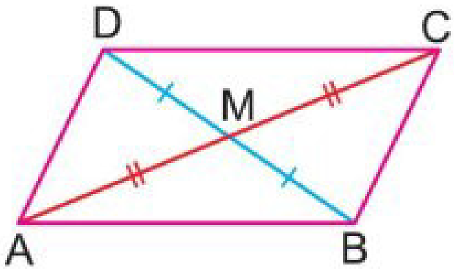
$\therefore m(\angle D) = 360^\circ - (112^\circ + 68^\circ + 51^\circ) = 129^\circ$

متوازى الأضلاع: متوازى الأضلاع هو شكل رباعى فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان.







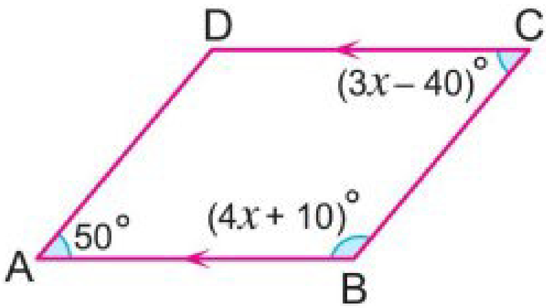


- كل ضلعين متقابلين متساويان فى القياس.
- القطران ينصف كل منهما الآخر.
- كل زاويتين متتاليتين متكاملتان.
- كل زاويتين متقابلتين متساويتان فى القياس.

مثال(3)

فى الشكل المقابل:

أثبت أن $ABCD$ متوازى أضلاع



الحل

$\because \overline{AB} // \overline{DC}$ ، $\overleftrightarrow{BC}$ قاطع لهما

$\therefore m(\angle B) + m(\angle C) = 180°$ (زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع)

$\therefore 4x + 10° + 3x - 40° = 180°$

$\therefore 7x - 30 = 180^\circ$

$\therefore 7x = 180^\circ + 30^\circ = 210^\circ$

$\therefore x = \dfrac{210^\circ}{7} = 30^\circ$

$\therefore m(\angle B) = 4x = 4 \times 30^\circ + 10 = 130^\circ$

$\therefore m(\angle A) + m(\angle B) = 50^\circ + 130^\circ = 180^\circ$

وهما زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع

$\therefore \overline{AD} // \overline{BC}$

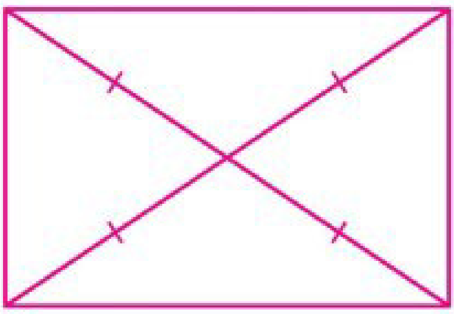
$\therefore$ الشكل $ABCD$ متوازى أضلاع

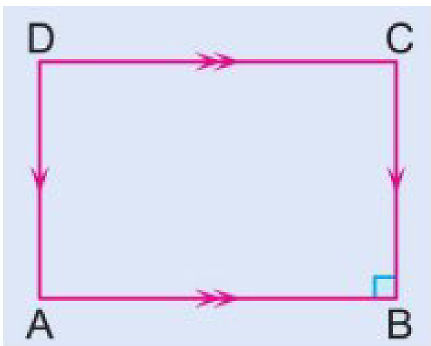
متى يكون الشكل الرباعى متوازى أضلاع؟

إذا تحققت إحدى الحالات التالية:

- توازى فيه كل ضلعين متقابلين.
- تساوى فيه طولا كل ضلعين متقابلين.
- توازى فيه ضلعان متقابلان وتساويا فى الطول.
- نصف القطران كل منهما الآخر.
- تساوى فيه قياسا كل زاويتين متقابلتين.

المستطيل: هو متوازى أضلاع إحدى زواياه قائمة.

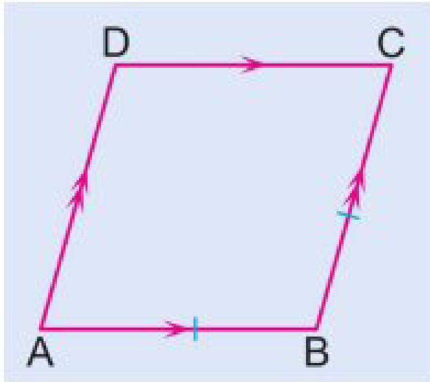


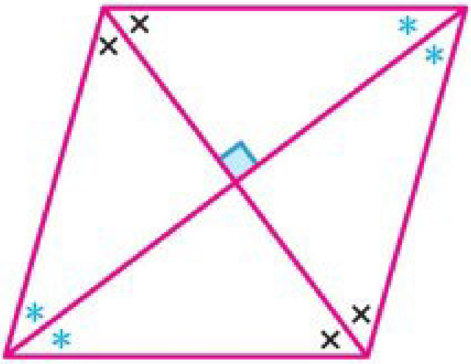


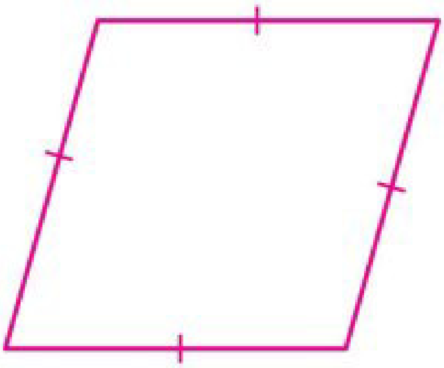
- له جميع خواص متوازى الأضلاع

- جميع زواياه قوائم.
- قطراه متساويان فى الطول.

المعين: هو متوازى أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول.

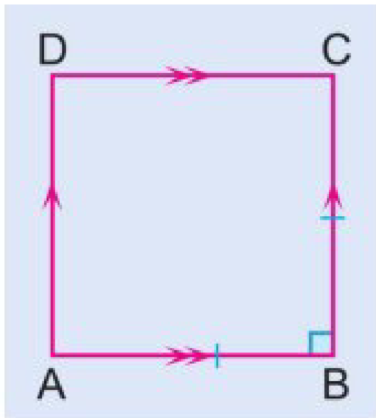


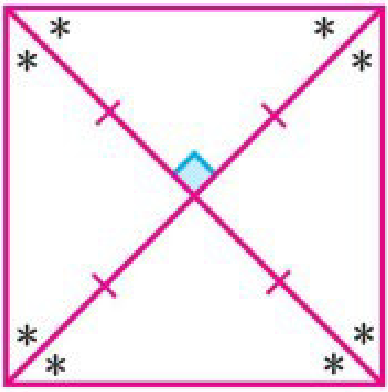


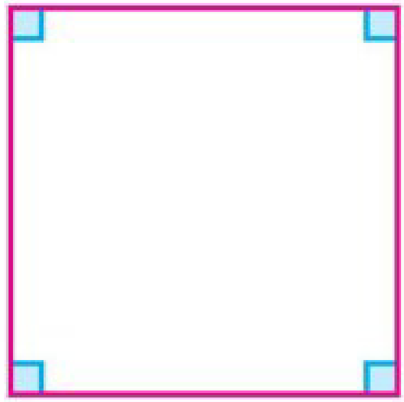


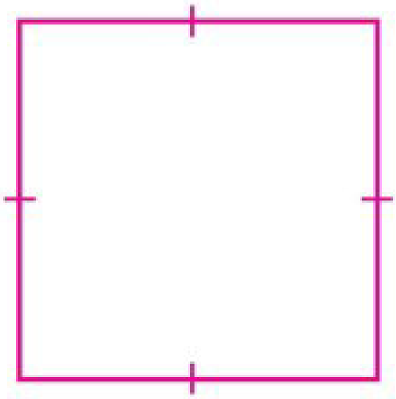
- له جميع خواص متوازى الأضلاع.
- جميع أضلاعه متساوية فى الطول.
- القطران متعامدان وينصفان زواياه الداخلة.

المربع: هو متوازى أضلاع إحدى زواياه قائمة وفيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول.







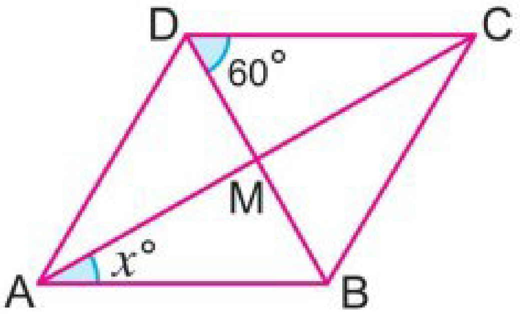


- له جميع خواص متوازى الأضلاع.
- جميع زواياه الداخلة قوائم.
- جميع أضلاعه متساوية فى الطول.
- قطراه متساويان فى الطول ومتعامدان وينصفان زواياه الداخلة.

مثال(4)

① فى الشكل المقابل:

إذا كان $ABCD$ معينًا،فأوجد قيمة x



الحل

$\because$ $ABCD$ معين

$\therefore$ قطراه متعامدان

$\therefore m(\angle DMC) = 90°$

$\therefore 4x + 10° + 3x - 40° = 180°$

ومن المثلث DMC

$\therefore m(\angle DCM) = 180° - (90° + 60°) = 30°$

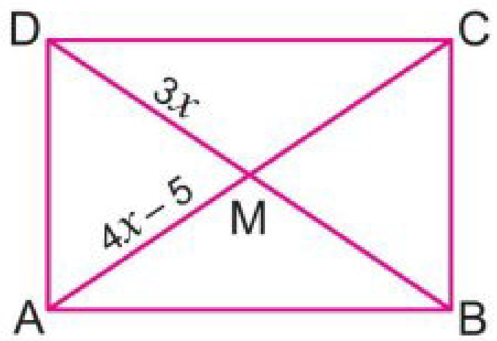
$\because \overline{AB} // \overline{DC}$ ، $\overleftrightarrow{AC}$ قاطع لهما

$\therefore m(\angle CAB) = m(\angle DCA)$ (زاويتان متبادلتان داخليًا)

$\therefore x = 30°$

② فى الشكل المقابل:

إذا كان $ABCD$ مستطيلًا،فأوجد قيمة x



الحل

$\because$ $ABCD$ مستطيل

$\therefore$ قطراه متساويان فى الطول وينصف كل منهما الآخر

$\therefore AM = MD$

$\therefore 4x - 5 = 3x$

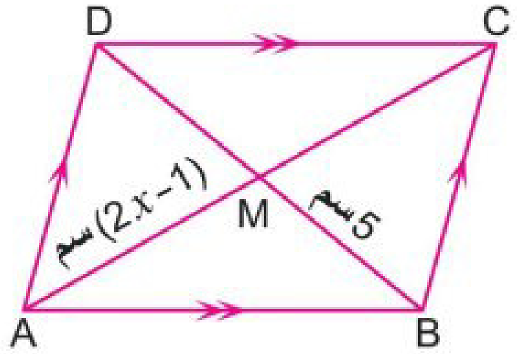
$\therefore 4x - 3x = 5$

$\therefore x = 5$

متى يكون متوازى الأضلاع مستطيلًا أو معينًا أو مربعًا؟

مستطيلًا	معينًا	مربعًا
إذا كان: • إحدى زواياه قائمة. أو • قطراه متساويين فى الطول	إذا كان: • ضلعان متجاوران فيه متساويين فى الطول. أو • القطران متعامدبن.	إذا كان: • إحدى زواياه قائمة وضلعان متجاوران فيه متساويين فى الطول. أو • إحدى زواياه قائمة وقطراه متعامدين. أو • قطراه متساويين فى الطول ومتعامدين او • ضلعان متجاوران فيه متساويين فى الطول وقطراه متساويين فى الطوال

مثال(5)



فى الشكل المقابل:

أوجد قيمة x التى تجعل متوازى الأضلاع $ABCD$ مستطيلًا

الحل

لكى يكون متوازى أضلاع $ABCD$ مستطيلًا يجب أن يكون $AC = BD$

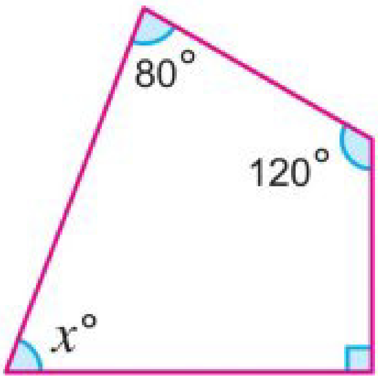
$$2(2x-1) = 2 \times 5$$

$$4x - 2 = 10$$

$$4x = 10 + 2 = 12$$

$$x = \frac{12}{4} = 3$$

تمارين على الأشكال الرباعية



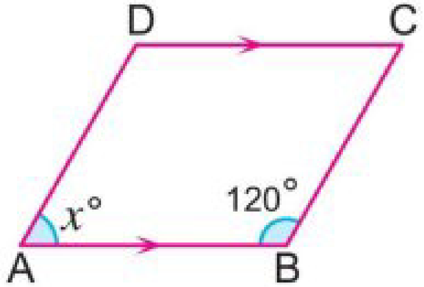
(1) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 فى الشكل المقابل:

ما قيمة x؟

(أ) 70° (ب) 80°

(جـ) 90° (د) 120°



2 فى الشكل المقابل:

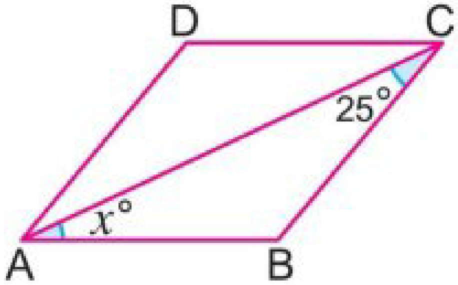
ما قيمة x؟ التى تجعل الشكل $ABCD$ متوازى أضلاع؟

(أ) 109° (ب) 120°

(جـ) 80° (د) 60°

③ فى الشكل المقابل:

$ABCD$ معين فما قيمة x؟



(أ) $25°$ (ب) $50°$

(جـ) $100°$ (د) $130°$

④ أى من المجموعات التالية عناصرها أشكال رباعية جميع أضلاعها متساوية فى الطول؟

(أ) {المربع،المستطيل}

(ب) {شبه المنحرف،المعين}

(جـ) {المربع،المعين}

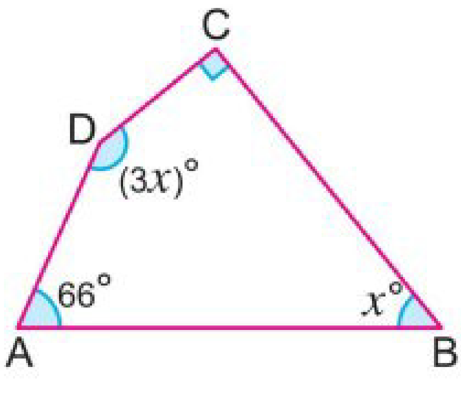
(د) {المستطيل،المعين}

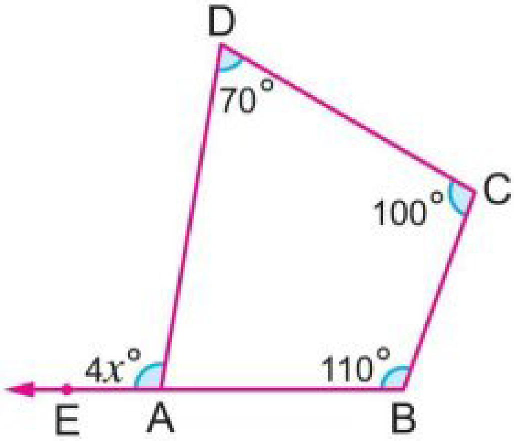
⑤ إذا كان $ABCD$ متوازى أضلاع فيه $AC = BD$، $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ فإن الشكل $ABCD$ يكون:

(أ) شبه منحرف (ب) معينًا (جـ) مستطيلًا (د) مربعًا

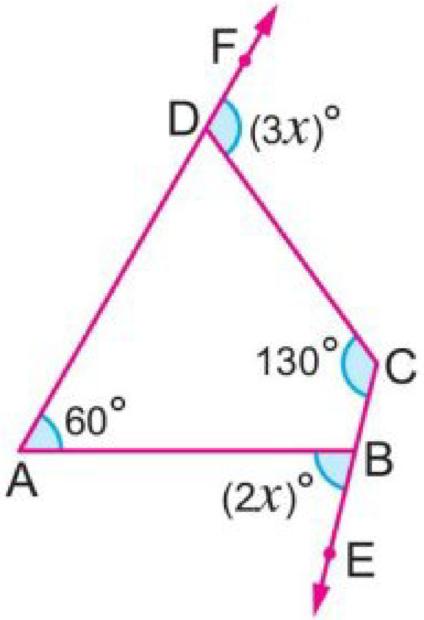
(2) فى كل من الأشكال الآتية أوجد بالبرهان قيمة x :

① ②

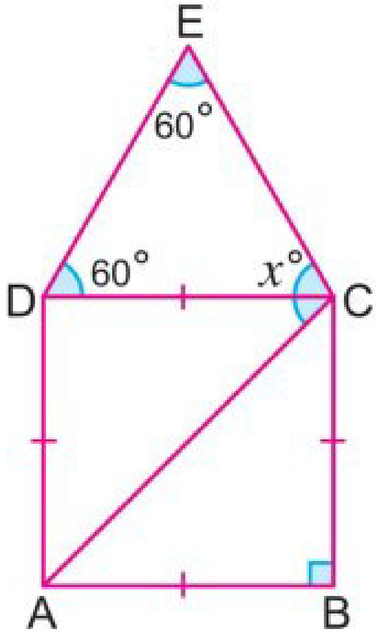




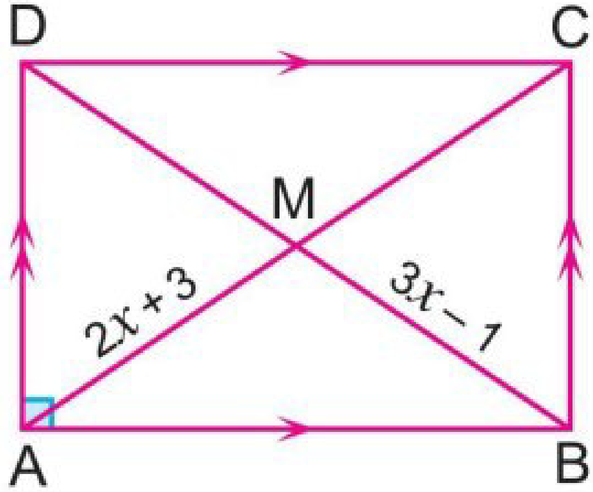
③


F
D
(3x)°
130°
C
60°
A
B
(2x)°
E

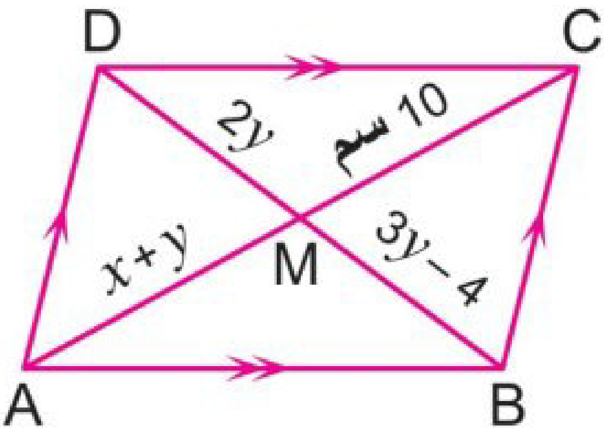
④


E
60°
D
60°
x°
C
A
B

⑤


D
C
M
2x + 3
3x − 1
A
B

⑥

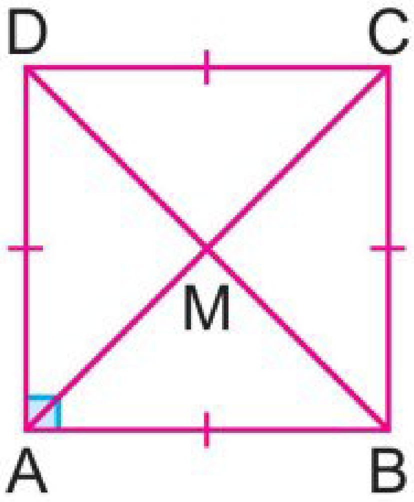

D
C
2y
10 سم
x + y
M
3y − 4
A
B

(3) فى الشكل المقابل:

$ABCD$ مربع

$BD = 5a - 4$ ، $MC = 2a - 1$

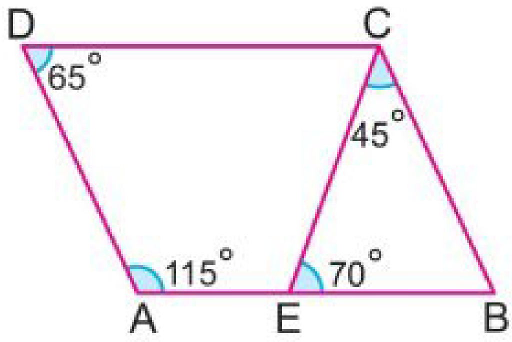
أوجد قيمة a ثم أوجد طول $\overline{AC}$



---

(4) فى الشكل المقابل:

أثبت أن $ABCD$ متوازى أضلاع

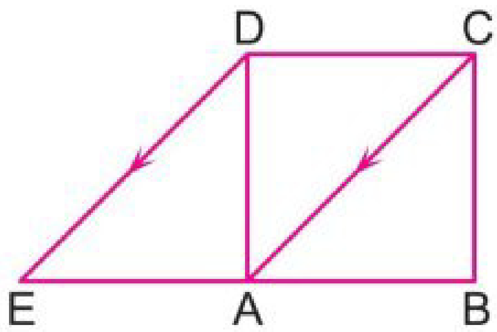


---

(5) فى الشكل المقابل:

$ABCD$ مربع، $\overline{AC} // \overline{ED}$ ، $E \in \overrightarrow{BA}$

أثبت أن: $AE = AB$

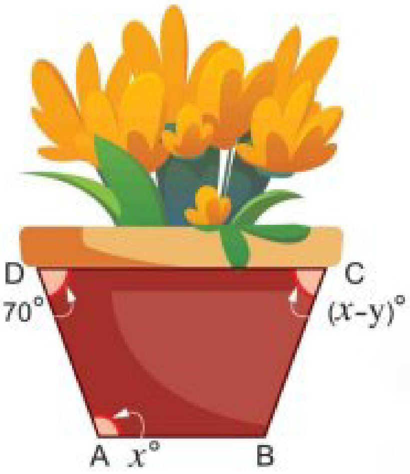


---

(6) حوض للزهور أحد أوجهه على شكل شبه منحرف

$m(\angle C) = m(\angle D)$

أوجد قيمة y



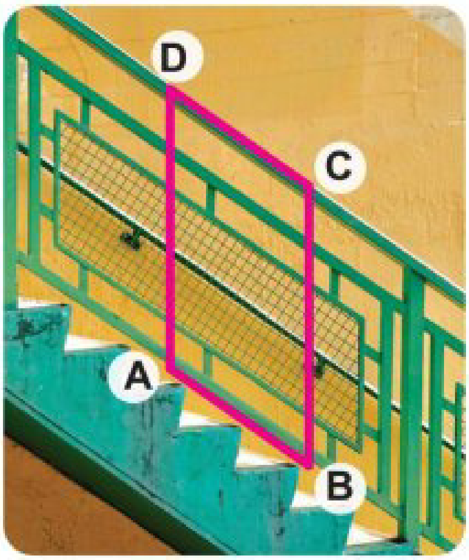
---

(7) إذا كان $ABCD$ متوازى أضلاع،

$m(\angle B) = (3x + 37)^\circ$ ،

$m(\angle B) = (9x + 1)^\circ$

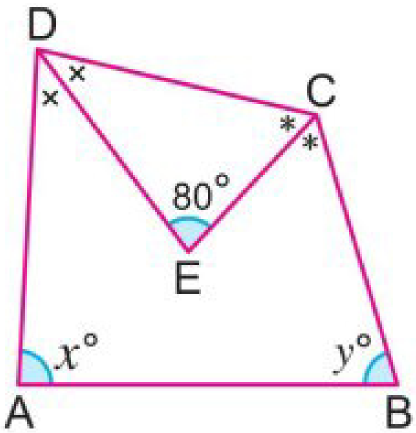
فما قياس $\angle C$ ؟



---

(8) $\overrightarrow{DE}$ ينصف $\angle ADC$ ، $\overrightarrow{CE}$ ينصف $\angle BCD$

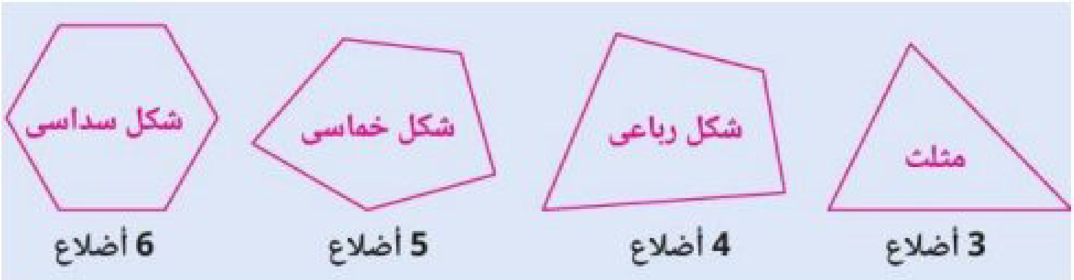
أوجد بالبرهان: قيمة $x + y$



الدرس الخامس: المضلعات

المضلع: هو شكل مستوٍ مغلق يتكون من اتحاد ثلاث قطع مستقيمة أو أكثر بحيث:

- القطع المستقيمة تسمى أضلاع المضلع.
- تتقاطع القطع المستقيمة عند الأطراف فقط فى نقطة تسمى رؤوس المضلع.



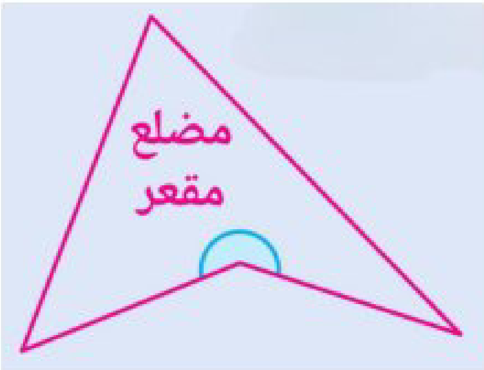
المضلع المحدب والمضلع المقعر

المضلع المحدب

لا يحتوى على أى زاوية داخلة منعكسة.

المضلع المقعر

يحتوى على زاوية واحدة منعكسة على الأقل من زواياه الداخلة.



مثال(1)

$ABCD$ شكل رباعى فيه $m(\angle A) = 4x^\circ$، $m(\angle B) = 5x^\circ$، $m(\angle C) = 7x^\circ$

، $m(\angle D) = 20x^\circ$، أوجد قيمة x، ثم بين نوع الشكل من حيث كونه محدبًا أم مقعرًا

الحل

$\because$ $ABCD$ شكل رباعى

$\therefore m(\angle A) + m(\angle B) + m(\angle C) + m(\angle D) = 360^\circ$

$\therefore 4x^\circ + 5x^\circ + 7x^\circ + 20x^\circ = 360^\circ$

$\therefore 36x^\circ = 360^\circ$

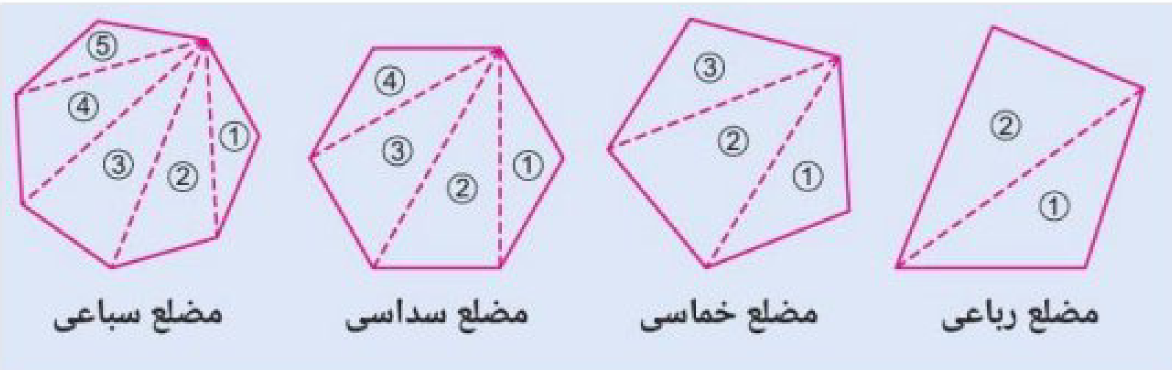
$\therefore x^\circ = \dfrac{360^\circ}{36} = 10^\circ$

$\therefore m(\angle D) = 20x^\circ = 30 \times 10^\circ = 200^\circ$ (زاوية منعكسة)

$\therefore$ المضلع $ABCD$ مقعر

مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع

لإيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلعوالمحدب، نرسم كل الأقطار الممكنة من أحد رؤوسه، فينقسم المضلع إلى مجموعة من المثلثات.

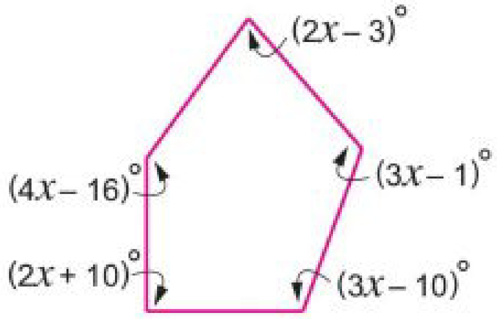


المضلع	عدد الأضلاع	عدد المثلثات	مجموع قياسات الزوايا الداخلة
الرباعى	4	2	$2 \times 180^\circ = 360^\circ$
الخماسى	5	3	$3 \times 180^\circ = 540^\circ$
السداسى	6	4	$4 \times 180^\circ = 720^\circ$
السباعى	7	5	$5 \times 180^\circ = 900^\circ$
:	:	:	:
ذى عشرة أضلاع	10	8	$8 \times 180^\circ = 1440^\circ$

مثال(2)

فى الشكل المقابل:

أوجد قيمة x



الحل

$\because$ **مجموع قياسات زوايا الشكل الخماسى الداخلة يساوى 540°**

$$\therefore 2x-3^\circ+3x-1^\circ+3x-10^\circ+2x+10^\circ+4x-16^\circ=540^\circ$$

$$\therefore 14x^\circ-20^\circ=540^\circ$$

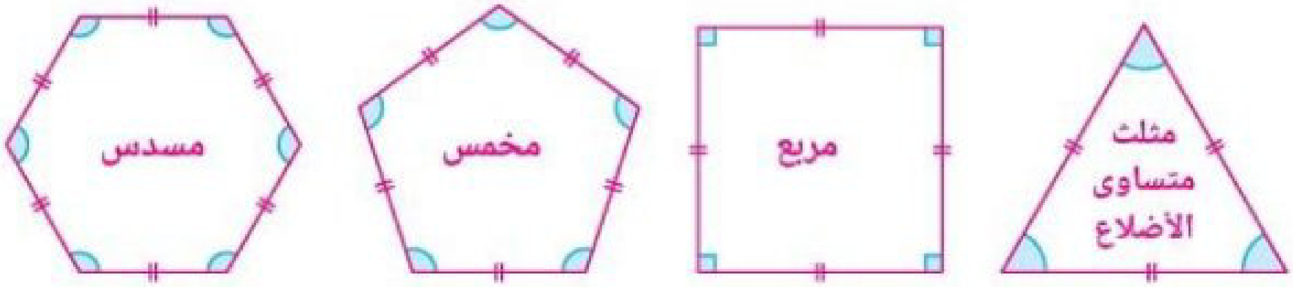
$$\therefore 14x^\circ=540^\circ+20^\circ=560^\circ$$

$$\therefore x^\circ=\frac{560^\circ}{14}=40^\circ$$

المضلع المنتظم

المضلع المنتظم: هو مضلع تتحقق فيه الخاصيتان التاليتان:

- **جميع أضلاعه متساوية فى الطول.**
- **جميع زواياه الداخلة متساوية فى القياس.**

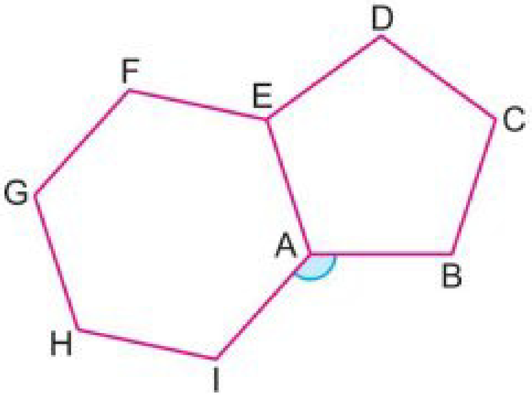


ثلاثى منتظم رباعى منتظم خماسى منتظم سداسى منتظم

ملحوظة

قياس كل زاوية من زوايا المضلع المنتظم $=$ $\dfrac{\text{مجموع قياسات زواياه الداخلة}}{\text{عدد هذه الزوايا}}$

مثال(3)



يتكون الشكل المقابل من خماسى منتظم وسداسى منتظم.

أوجد قيمة $m(\angle IAB)$

الحل

$\because$ $ABCDE$ خماسى منتظم

$$\therefore m(\angle EAB) = \frac{540^\circ}{5} = 108^\circ$$

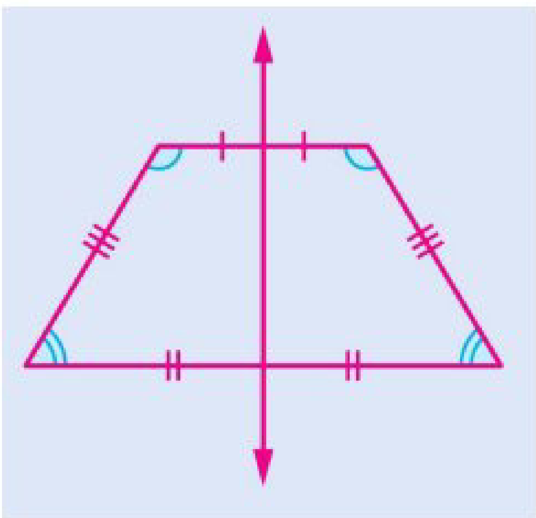
$\because$ $AEFGHI$ سداسى منتظم

$$\therefore m(\angle EAI) = \frac{720^\circ}{5} = 120^\circ$$

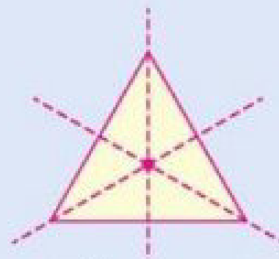
$\because$ مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة واحدة يساوى 360°

$$\therefore m(\angle IAB) = 360^\circ - (108^\circ + 120^\circ) = 132^\circ$$

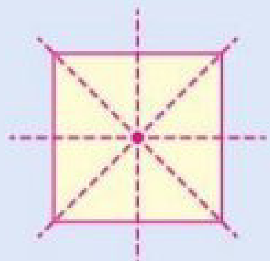
محاور التماثل فى المضلعات



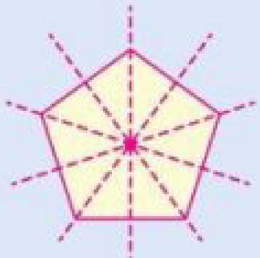
محور التماثل: هو مستقيم يقسم الشكل إلى جزأين متماثلين،وعند طى الشكل على طول محور التماثل ينطبق الجزآن تمامًا. قد يكون للشكل محور تماثل واحد أو أكثر أو لا يوجد محاور تماثل.



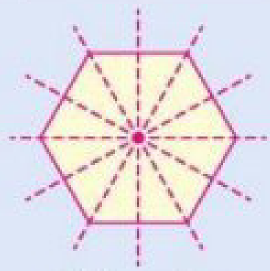
مثلث متساوى الأضلاع
(3 محاور تماثل)



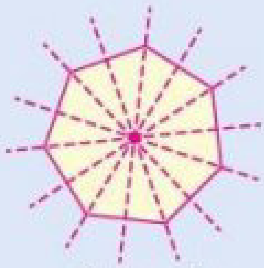
مربع
(4 محاور تماثل)



خماسى منتظم
(5 محاور تماثل)



سداسى منتظم
(6 محاور تماثل)

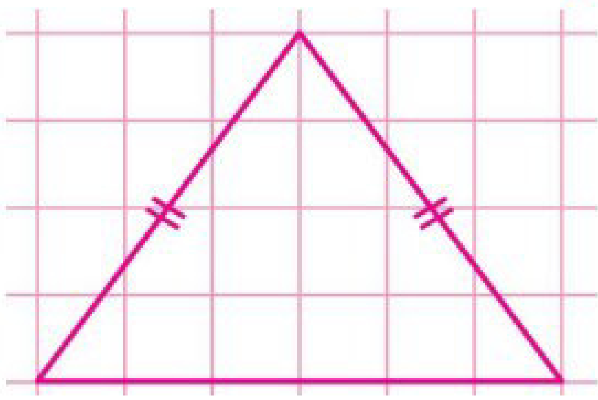


سباعى منتظم
(7 محاور تماثل)

مثال(4)

ما عدد محاور التماثل لكل شكل من الأشكال الآتية؟

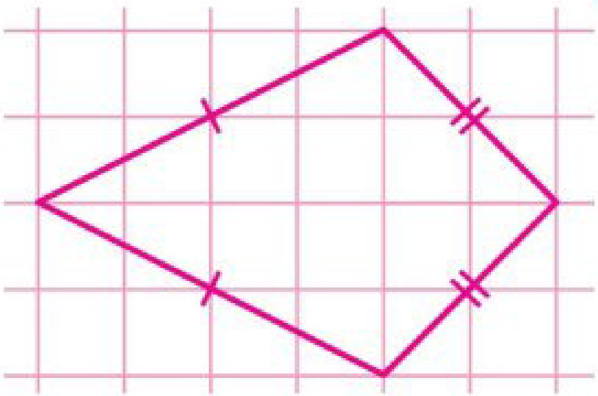
①



الحل

$= 1$

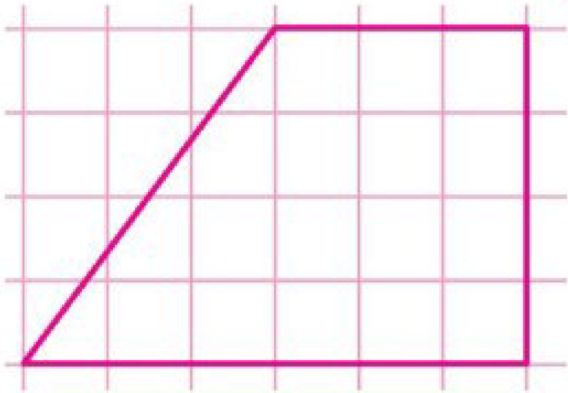
②



الحل

$= 1$

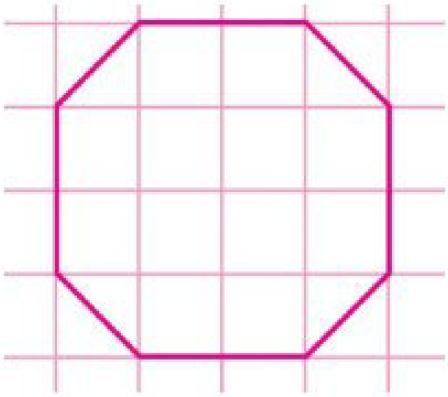
③



الحل

$= 0$

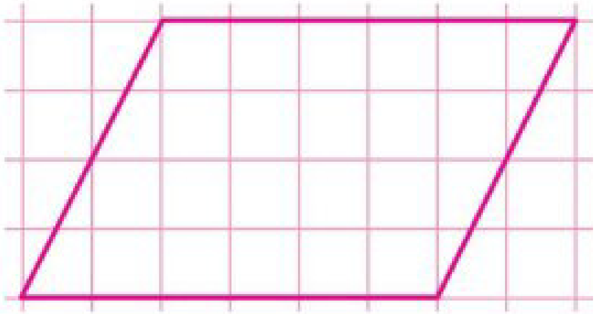
④



الحل

$= 4$

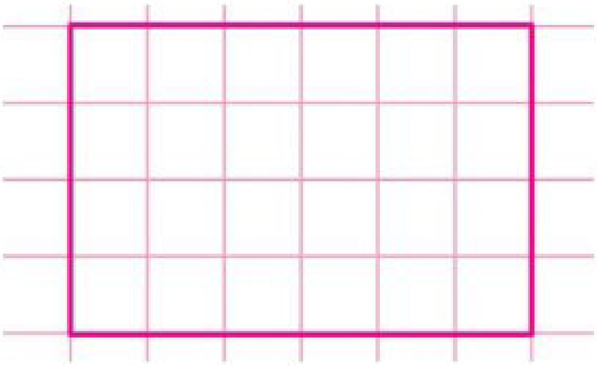
⑤



الحل

$= 0$

⑥



الحل

$= 2$

تمارين على المضلعات

(1) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

① أى من الزوايا الآتية يجب أن تكون إحدى زوايا المضلع الداخلية ليكون مقعرًا؟

(أ) المستقيمة (ب) الحادة

(جـ) القائمة (د) المنعكسة

② ما قياس زاوية المضلع المنتظم الداخلة الذى عدد أضلاعه 10؟

(أ) $108°$ (ب) $120°$

(جـ) $135°$ (د) $144°$

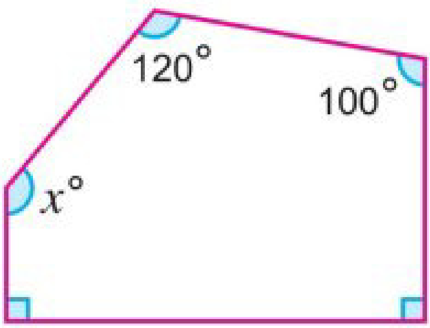
③ ما عدد محاور التماثل لمضلع منتظم عدد أضلاعه 9؟

(أ) 9 (ب) 7

(جـ) 18 (د) 11

④ فى الشكل للمقابل:

ما قيمة x؟

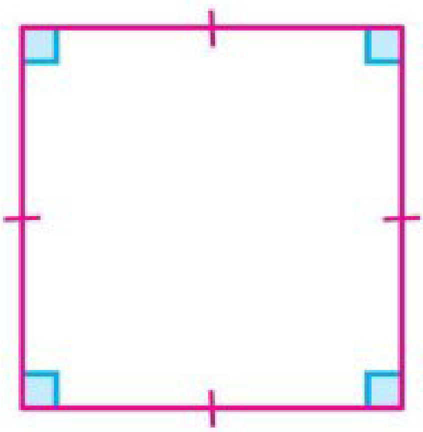


(أ) $120°$ (ب) $140°$

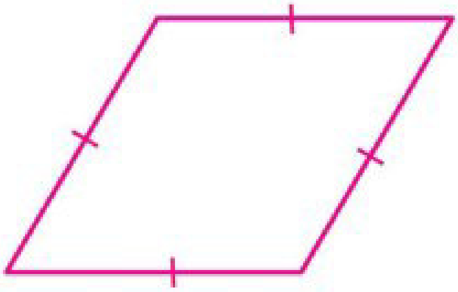
(جـ) $150°$ (د) $135°$

⑤ أى من الأشكال الآتية ليس له محاور تماثل؟

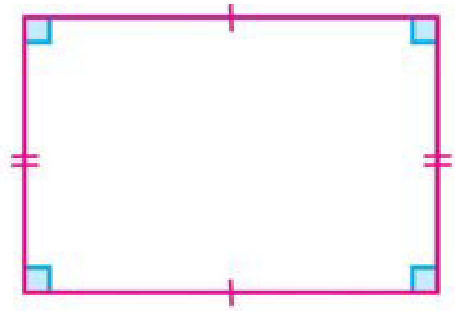
(أ)



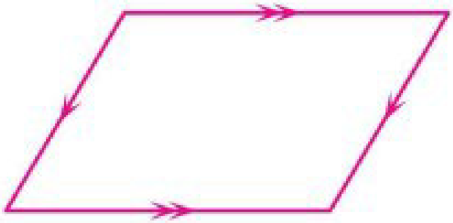
(ب)



(جـ)

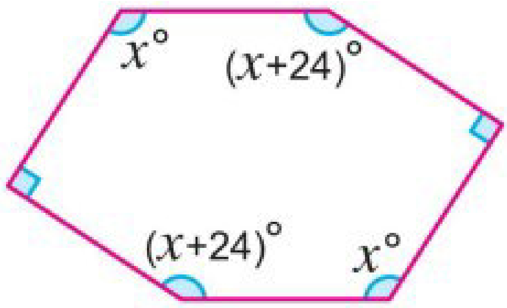


(د)

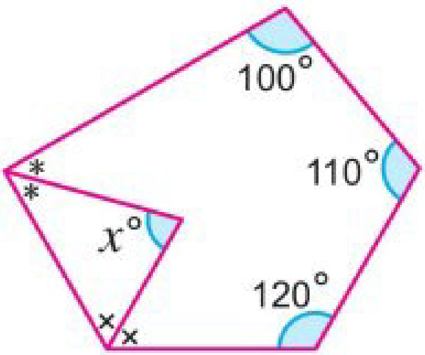


(2) فى كل من الأشكال الآتية أوجد قيمة x :

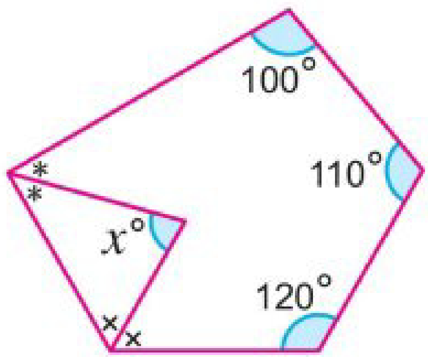
①



②

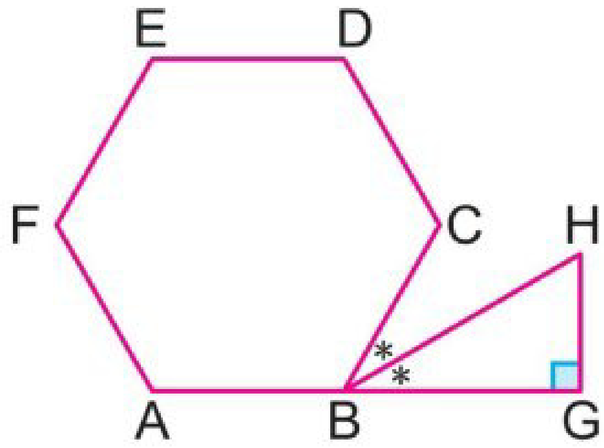


③



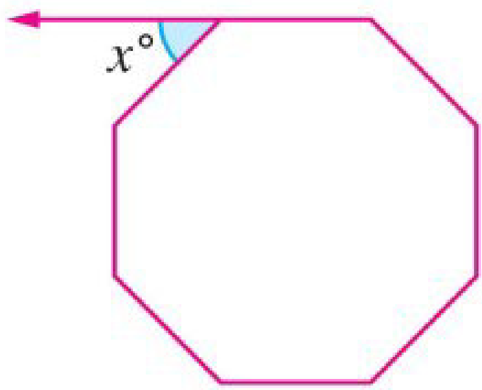
(3) **فى الشكل التالى:**

$ABCDEF$ **سداسى منتظم،أوجد بالبرهان** $m(\angle H)$

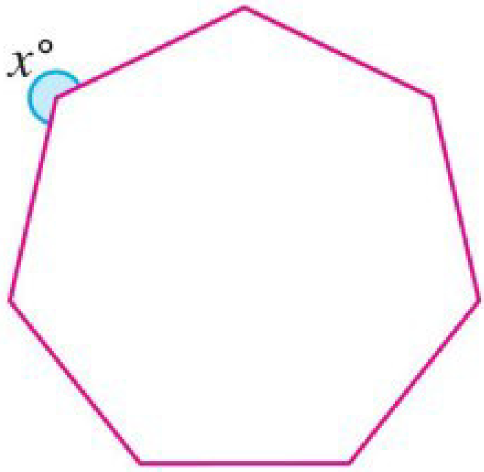


(4) **فى كل مما يأتى المضلع منتظم، أوجد قيمة** x **واذكر عدد محاور تماثل المضلع.**

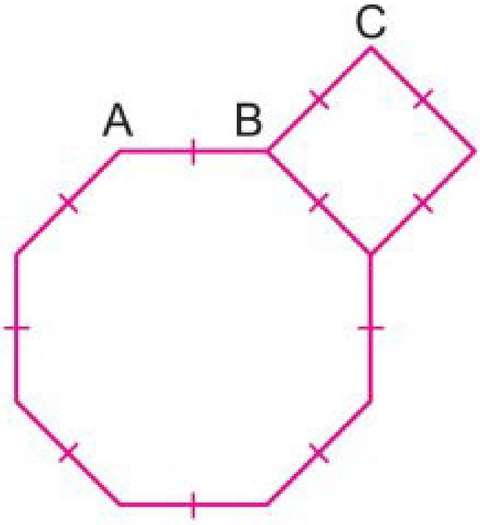
1



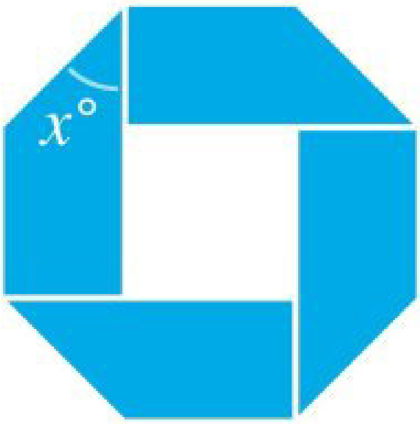
2



(5) أحيانًا تستخدم المضلعات المنتظمة كوحدات للزخرفة مثل المضلع الثمانى المنتظم والمربع فى الشكل.فما قياس $\angle ABC$ ؟



(6) استخدم أحد المصممين شبه منحرف قائم الزاوية لتصميم شعار لإحدى الشركات فنتج مضلع منتظم كما بالشكل. فما قيمة x فى الشكل؟

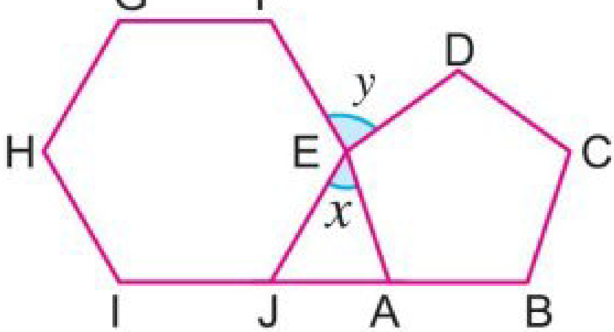


(7) فى الشكل المقابل:

خماسى منتظم، سداسى منتظم

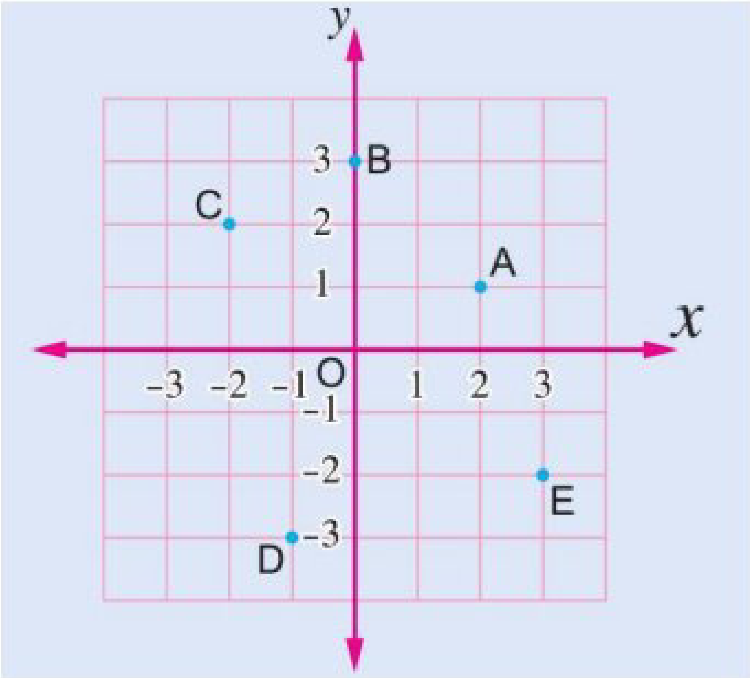
$A \in \overline{IB}$ ، $J \in \overline{IB}$

أوجد قيمة كل من: y ، x



الدرس السادس: الإحداثيات

تمثيل النقط فى الإحداثى



النقطة A هى $(2,1)$

النقطة Bهى $(0,3)$

النقطة Cهى $(2,2-)$

النقطة D هى $(3-,1-)$

النقطة O هى $(0,0)$

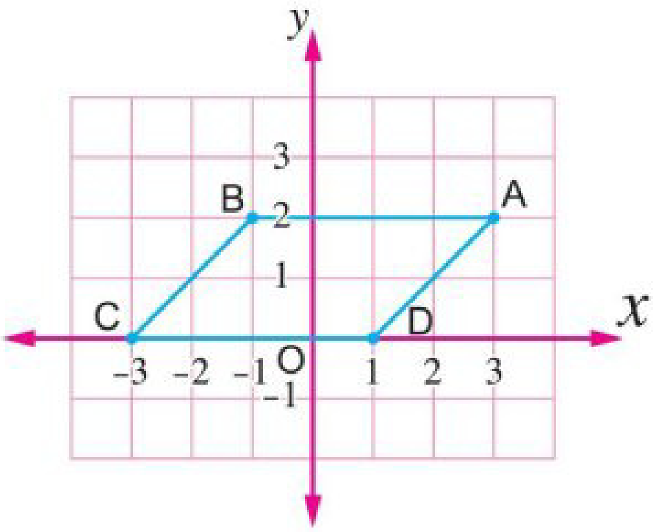
مثال(1)

مثل فى المستوى الإحداثى النقط:

$(3,2)$،$(-1,2)$،$(-3,0)$، $(1,0)$

ثم أوجد مساحة الشكل $ABCD$

الحل



الشكل المرسوم متوازى أضلاع

مساحته = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

$= 4 \times 2 = 8$ وحدات مربعة

ملحوظة

النقطة $(x, 0)$ تقع على محور x

النقطة $(0, y)$ تقع على محور y

مثال(2)

إذا كانت النقطة $A(4k+4, -k+3)$ تقع على محورy، فأوجد الربع الذى تقع فيه النقطة $B(-2k, 4k+1)$

الحل

$\because$ النقطة $A(4k+4, -k+3)$ تقع على محورy

$\therefore$ الإحداثى x يساوى 0

$$\therefore 4k + 4 = 0$$

$$\therefore 4k = -4$$

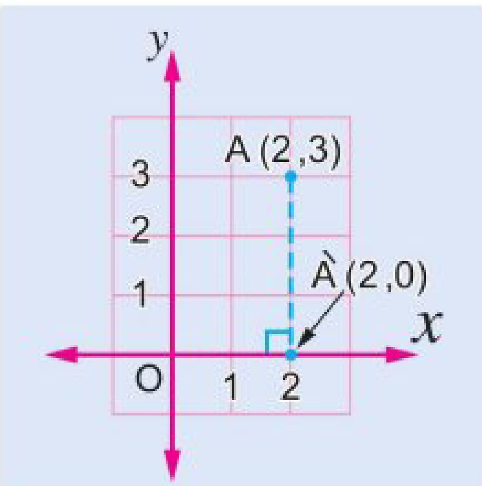
$$\therefore k = -1$$

بالتعويض عن قيمة k فى النقطة B تكون $B(2, -3)$

$\therefore$النقطة تقع فى الربع الرابع.

مستقط نقطة على محورى الإحداثيات

لإيجاد مسقط نقطة مثل $A(2,3)$على كل من محورx، محورx



(1) مسقط النقطة على محور x

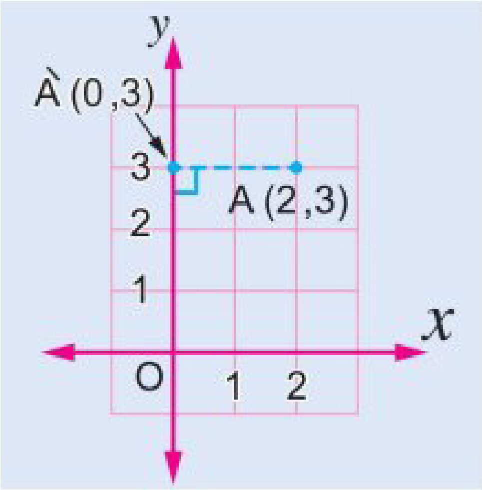
ارسم من النقطة A عمودًا على محور x فيقطعه فى النقطة $A`(2,0)$

فتكون النقطة $A`(2,0)$ هى مسقط النقطة $A(2,3)$ على محور x

② مستقط النقطة على محور y

ارسم من النقطة A عمودًا على محور y فيقطعه فى النقطة $A`(0,3)$

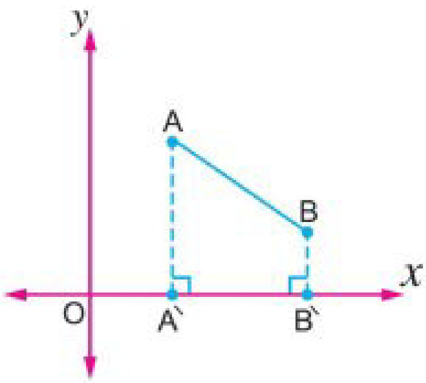
فتكون النقطة $A`(0,3)$ هى مسقط النقطة $A(2,3)$ على محور y



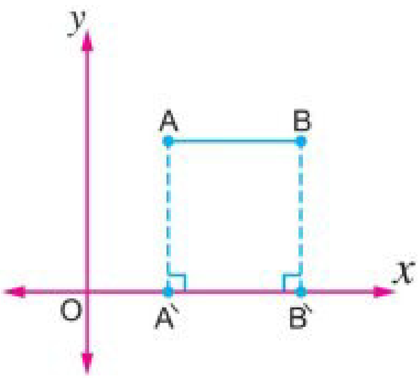
مستقط قطعة مستقيمة على محورى الإحداثيات

لإيجاد مسقط قطعة مستقيمة على أحد المحورين،أوجد مسقط كل من نهايتيها على هذا المحور.فى كل مما يلى لاحظ مسقط $\overline{AB}$ على محور x أو محور y

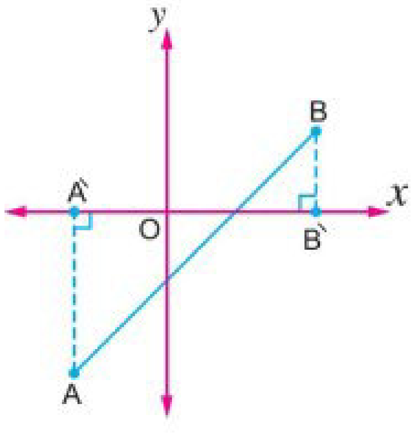
① $\overline{A`B`}$ هو مسقط $\overline{AB}$ على محور x



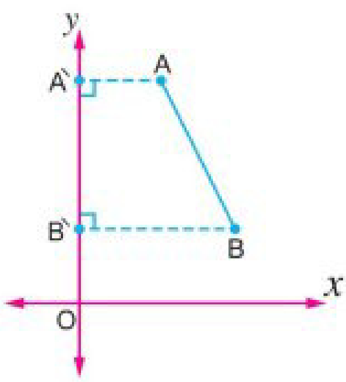
② $\overline{A`B`}$ هو مسقط $\overline{AB}$ على محور x



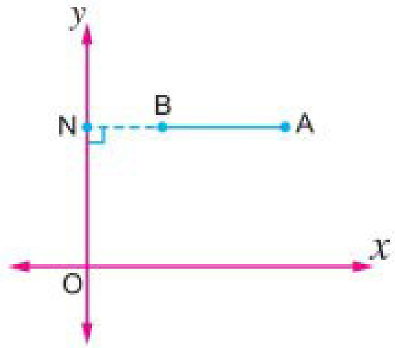
③ $\overline{A`B`}$ هو مسقط $\overline{AB}$ على محور x



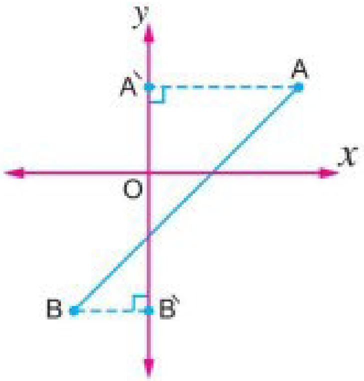
④ $\overline{A`B`}$ هو مسقط $\overline{AB}$ على محور y



(5) النقطة N هى مسقط $\overline{AB}$ على محور y

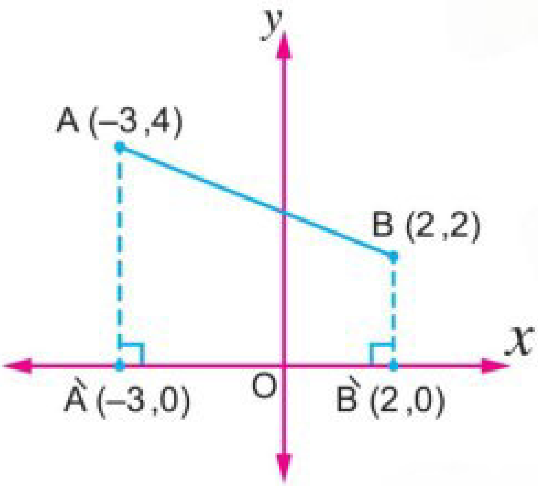


(6) $\overline{A`B`}$ هو مسقط $\overline{AB}$ على محور y



مثال(3)

أوجد طول مسقط القطعة المستقيمة على محور x ،
حيث $A(-3,4)$ ، $B(2,2)$



الحل

نرسم القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ فى المستوى الإحداثى

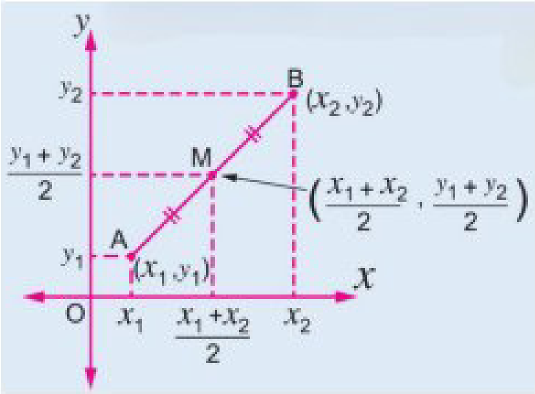
نرسم من كل من A، B عمودًا على محور x كما بالشكل

فتكون النقطة $A`(-3,0)$ هى مسقط النقطة $A$ على محور $x$، والنقطة هى مسقط النقطة $B$ على محور $x$ ، وبالتالى القطعة المستقيمة $\overline{A`B`}$ هى مسقط القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ على محور x

$$A`B` = |2| + |-3| = 5$$

أى أن طول $\overline{A`B`}$ يساوى 5 وحدات طول

نقطة منتصف قطعة مستقيمة



نقطة منتصف القطعة المستقيمة $\overline{AB}$هى نقطة تنتمى للقطعة المستقيمة $\overline{AB}$

وتكون على مسافتين متساويتين من نهايتيها.

إذا كانت M هى نقطة منتصف $\overline{AB}$،

حيث $A(x_1, y_1)$ ، $B(x_2, y_2)$

فإن

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

مثال(4)

أوجد إحداثيى نقطة منتصف $\overline{AB}$، حيث $A(2, -2)$ ، $B(-6, 8)$

الحل

بفرض أن منتصف $\overline{AB}$ هى M

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = \left(\frac{3 + (-6)}{2}, \frac{-2 + 8}{2}\right) = \left(-\frac{4}{2}, \frac{6}{2}\right)$$
$$= (-2, 3)$$

مثال(5)

إذا كانت النقطة $M(0, -3)$ فى منتصف المسافة بين النقطتين $A(x, -10)$ ، $B(7, y)$ فأوجد قيمة كل من x ، y

الحل

$$\because M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$\therefore (0,-3)=\left(\frac{7+x}{2},\frac{-10+y}{2}\right)$$

$$\therefore \frac{7+x}{2}=0$$

$$\therefore 7+x=0$$

$$\therefore x=-7$$

$$\therefore \frac{-10+y}{2}=-3$$

$$\therefore -10+y=-6$$

$$\therefore y=-6+10=4$$

مثال(5)

إذا كان $ABCD$ متوازى أضلاع حيث $A(-1,-1)$، $B(4,2)$، $D(1,4)$

فأوجد إحداثيى كل من:

① نقطة تقاطع القطرين.

② الرأس C

الحل

بفرض أن M هى منتصف تقاطع القطرين

$\therefore M$ هى نقطة منتصف $\overline{BD}$

$$\because M=\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

$$\therefore M=\left(\frac{4+1}{2},\frac{2+4}{2}\right)=(2.5\,,3)$$

$\because$ M هى نقطة منتصف $\overline{AC}$ ، وبفرض أن $C = (x_1, y_1)$

$$\therefore = \left(\frac{-1 + x_1}{2}, \frac{1 + y_1}{2}\right) = (2.5, 3)$$

$$\therefore \frac{-1 + x_1}{2} = 2.5$$

$$\therefore -1 + x_1 = 5$$

$$\therefore x_1 = 5 + 1 = 6$$

$$\therefore \frac{1 + y}{2} = 3$$

$$\therefore 1 + y = 6$$

$$\therefore y = 6 - 1 = 5$$

$$\therefore C = (x_1, y_1) = (6, 5)$$

تمارين على الإحداثيات

(1) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 فى أى ربع تقع النقطة $(3, -4)$ ؟

(أ) الأول (ب) الثانى

(ج) الثالث (د) الرابع

2 أى من النقاط لا تقع على محور y؟

(أ) $(0, -5)$ (ب) $(3, 0)$

(ج) $(0, 0)$ (د) $(0, 2)$

3 إذا كانت النقطة $(3, k - 2)$ تقع على محور x فما قيمة k؟

(أ) -3 (ب) -2

(جـ) 2 (د) 3

4 ما مسقط النقطة $(-3,5)$ على محور y ؟

(أ) $(0,5)$ (ب) $(-3,0)$

(جـ) $(3,-5)$ (د) $(-3,5)$

5 ما النقطة التى تمثل مسقط النقطة $(-3,5)$ على محور x ؟

(أ) $(0,5)$ (ب) $(-3,0)$

(جـ) $(3,-5)$ (د) $(-3,5)$

6 إذا كانت النقطة (a,b) تقع فى الربع الثالث فإن الربع الذى تقع فيه النقطة $(-2a,b-6)$ هو:

(أ) الأول (ب) الثانى

(جـ) الثالث (د) الرابع

7 إذا كانت $x<0$ ، $y>0$ ، فى أى ربع تقع النقطة $(x,-y)$ ؟

(أ) الأول (ب) الثانى

(جـ) الثالث (د) الرابع

8 إذا كانت نقطة الأصل هى منتصف $\overline{AB}$ ،وكانت تقع فى الربع الثانى، فى أى ربع تقع نقطة B ؟

(أ) الأول (ب) الثانى

(جـ) الثالث (د) الرابع

---

(2) سأل المعلم عن موضع النقطة (x,y) ، حيث $xy<0$، كانت إجابة أحمد أن النقطة تقع الربع الثانى، بينما كانت إجابة هند أن النقطة تقع فى الربع الرابع.

هل كان أحدهما على صواب؟

---

(3) إذا كانت النقطة $(a-2,a+9)$ تقع على محور x ، أوجد الربع الذى تقع فيه النقطة $(a,6-a)$

(4) إذا كانت النقطة $C(-2,7)$ هى منتصف $\overline{AB}$ ،حيث $A(4,y)$، $B(x,-2)$
فأوجد كلًا من x، y

---

(5) أوجد طول مسقط القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ على محور فى كل من الحالات الآتية:

1. $A(-2,1)$ ، $B(3,6)$
2. $A(-4,3)$ ، $B(-2,3)$
3. $A(5,5)$ ، $B(5,-1)$

---

(6) إذا كان $ABCD$ معينًا، حيث $A(3,5)$، $B(12,-3)$ ، $C(13,9)$ أوجد إحداثيى كل من:

1. نقطة تقاطع القطرين.
2. الرأس D

---

(7) إذا كانت $A(-7,13)$، $B(3,5)$ أوجد إحداثيات النقط التى تقسم $\overline{AB}$ إلى أربعة أجزاء متساوية الطول .

---

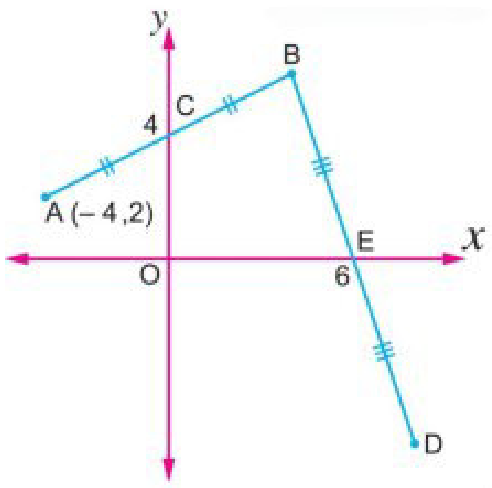
(8) إذا كانت $A(3,-1)$، $B(-1,-1)$ ارسم المربع $ABCD$ بحيث تقع النقطة C فى الربع الثانى.

---

(9) إذا كانت C ، E

هما منتصفا $\overline{AB}$ ، $\overline{BD}$ على الترتيب،

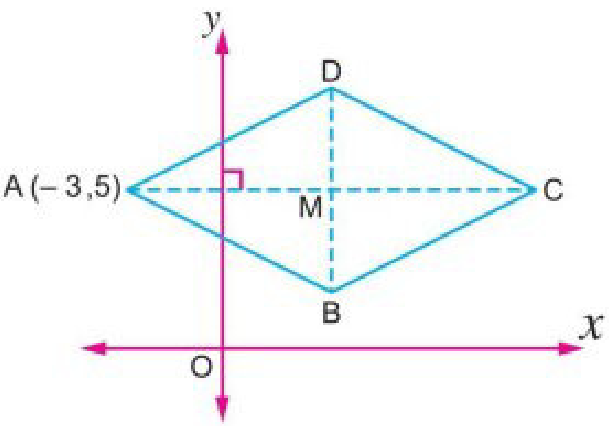
فأوجد إحداثيى النقطة D



(10) فى الشكل المقابل:

$ABCD$ معين فيه: $AC = 12$ ، $BD = 6$

أوجد إحداثيات رؤوس المعين.



(11) يوضح الشكل التالى موقعى لاعبين A ،

B خلال جزء من مبارة لكرة الماء.

أوجد إحداثى موقع اللاعب C حيث إن اللاعب

يقع فى منتصف المسافة بين اللاعبين A ، C