

الأستاذ

في الرياضيات

للسنة الثالثة الإعدادية

(المراجعة النهائية في الهندسة)

الاسم:
الفصل:
المدرسة:

الاستاذ

طريقك

للامتياز

شرح مبسط

امثلة متنوعة

تمارين متعددة

الحمد

..... / 1

س / اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين

- ١ - إذا كان $م$ ، $ن$ مركزي دائرتين نصفاً قطريهما $ن١$ ، $ن٢$ حيث أن: $م < ن١ + ن٢$ فإن الدائرتين
- (متداخلتان ، متقاطعتان ، متماستان من الخارج ، متباعدتان)
- ٢ - إذا كان $م$ ، $ن$ مركزي دائرتين نصفاً قطريهما $ن١$ ، $ن٢$ حيث أن: $ن١ - ن٢ > م > ن١ + ن٢$ فإن الدائرتين
- (متداخلتان ، متقاطعتان ، متماستان من الخارج ، متباعدتان)
- ٣ - دائرتان $م$ ، $ن$ متماستان من الداخل فإذا كان طولاً نصفى قطريهما ٥ سم، ٢ سم فإن $م = ن$ سم
- (صفر ، ٣ ، ٧ ، ١٠)
- ٤ - إذا كانت $م$ دائرة طول نصف قطرها ٥ سم، $م$ نقطة على الدائرة فإن $م = م$
- (٣ سم ، ٥ سم ، ٢.٥ سم ، ١٠ سم)
- ٥ - إذا كان المستقيم $ل$ مماساً لدائرة طول نصف قطرها ٨ سم فإنه يبعد عن مركزها سم
- (٨ ، ٥ ، ٤ ، ٣)
- ٦ - دائرة $م$ طول نصف قطرها ٦ سم، $م$ نقطة خارج الدائرة فإن $م$ يمكن أن تساوى سم
- (٣ ، ٦ ، ٨ ، ٤)
- ٧ - $هـ ب$ قطر في الدائرة $م$ ، $م ج$ ، $ب د$ مماسان للدائرة فإن $م ج$ $ب د$
- (يقطع ، يوازي ، عمودى على ، ينطبق على)
- ٨ - دائرة محيطها ٦π سم والمستقيم $ل$ يبعد عن مركزها ٣ سم فإن المستقيم $ل$ يكون
- (مماساً للدائرة ، قاطعاً للدائرة ، خارج الدائرة ، قطراً في الدائرة)
- ٩ - إذا كانت $م$ نقطة في مستوى الدائرة، طول نصف قطرها $ن$ وكان $٠ < م < ن$ فإن $م$ تقع
- (خارج الدائرة ، داخل الدائرة ، على الدائرة ، على مركز الدائرة)
- ١٠ - دائرتان $م$ ، $ن$ متماستان من الخارج فإذا كان طولاً نصفى قطريهما ٣ سم، ٥ سم فإن $م = ن$ سم
- (٢ ، ٥ ، ٨ ، ٠)
- ١١ - $م$ ، $ن$ دائرتان طولاً نصفى قطريهما ٩ سم، ٥ سم، $م = ن = ٤$ سم فإن الدائرتين
- (متماستان من الداخل ، متقاطعتان ، متماستان من الخارج ، متباعدتان)

- ١٢ - م ، م دائرتان طولاً نصفى قطريهما ٧ سم ، ٥ سم ، م = ١٢ سم فان الدائرتين
- (متماستان من الداخل ، متقاطعتان ، متماستان من الخارج ، متباعدتان)
- ١٣ - م ، م دائرتان طولاً نصفى قطريهما ٤ سم ، ٣ سم ، م = ٩ سم فان الدائرتين
- (متداخلتان ، متقاطعتان ، متماستان من الخارج ، متباعدتان)
- ١٤ - يمكن تعيين دائرة بمعلومية
- (ثلاث نقط على استقامة واحدة ، نقطتين ، ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة ، نقطة واحدة)
- ١٥ - عدد الدوائر التي يمكن ان تمر باى ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة يساوى
- (٠ ، ١ ، ٢ ، عدد لانهاى)
- ١٦ - مركز الدائرة المارة بروؤس المثلث هو نقطة تقاطع
- (متوسطاته ، ارتفاعاته ، منصفات زواياه الداخلة ، محاور تماثل أضلاعه)
- ١٧ - اذا كان المثلث ا ب ج قائم الزاوية فى ب فان مركز الدائرة المارة برؤوسه هو
- (منتصف ا ب ، منتصف ا ج ، منتصف ب ج ، خارج المثلث)
- ١٨ - لا يمكن رسم دائرة تمر برؤوس (مستطيل ، مثلث ، مربع ، معين)
- ١٩ - اذا كانت : م ب قطعة مستقيمة طولها ٦ سم فان طول نصف قطر أصغر دائرة تمر بالنقطتين م ، ب هو
- (٢ ، ٣ ، ٦ ، ١٢)
- ٢٠ - جميع الدوائر التي تمر بالنقطتين م ، ب تقع مراكزها جميعا على
- (م ب ، محور تماثل م ب ، نقطة منتصف م ب)
- ٢١ - يمكن رسم تمر بنقطة معلومة .
- (دائرة واحدة ، دائرتين ، ثلاث دوائر ، عدد لانهاى من الدوائر)
- ٢٢ - عد الدوائر المارة بنقطتين معلومتين
- (دائرة واحدة ، دائرتين ، ثلاث دوائر ، عدد لانهاى من الدوائر)
- (٢٣) قياس نصف دائره =
- (ط ن ، ٩٠ ، ١٨٠ ، ٣٦٠)
- (٢٤) طول نصف دائره التي طول نصف قطرها ن =
- (ط ن ، ٢ ط ن ، ١٨٠ ، ٩٠)

(٢٥) طول القوس المقابل لزاوية مركزية قياسها 90° في دائرة محيطها 80 سم يساوي

(٢٠ سم ، ١٥ سم ، ٣٠ سم ، ٦٠ سم)

(٢٦) كلا مما يأتي اشكالا رباعيه دائريه ما عدا

(شبه المنحرف المتساوي الساقين ، المربع ، المستطيل ، متوازي الاضلاع)

(٢٧) قياس الزاوية المماسيه = الزاويه المركزيه المشتركه معها في القوس

(قياس ، ضعف قياس ، نصف قياس ، ربع قياس)

(٢٨) النسبه بين قياس الزاويه المركزيه وقياس الزاويه المحيطيه المشتركه معها في القوس تساوي

(٢ : ١ ، ١ : ٢ ، ١ : ١ ، ٣ : ٢)

(٢٩) اذا كان قياس زاويه مماسيه = 25° فان قياس الزاويه المركزيه المشتركه معها في القوس =

(٢٥ ، 50° ، 75° ، 90°)

(٣٠) من اي نقطه على الدائره يمكن رسم

(مماس واحد فقط ، مماسين ، ٣ مماسات ، عدد لا نهائي من المماسات)

(٣١) عدد المماسات المشتركه التي يمكن رسمها لدائرتين متباعدتين (٢ ، ٣ ، ٤ ، عدد لا نهائي)

(٣٢) عدد المماسات المشتركه لدائرتين متماستين من الداخل (١ ، ٢ ، ٣ ، عدد لا نهائي)

(٣٣) الزاويه المحيطيه التي تقابل قوسا اصغر في الدائره تكون

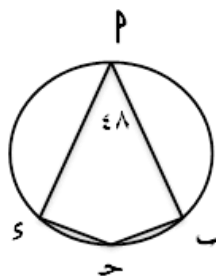
(حاده ، قائمه ، منفرجه ، مستقيمه)

(٣٤) المربع الذي طول قطره 8 سم فان مساحته = سم^٢ (١٦ ، ٨ ، ٦٤ ، ٣٢)

(٣٥) المربع الذي مساحه سطحه 25 سم^٢ يكون محيطه سم (٢٠ ، ٢٥ ، ١٠٠ ، ٥)

(٣٦) مستطيل طولاه 6 سم ، ومحيطه 16 سم تكون مساحته = سم^٢

(١٦ ، ١٢ ، ٣٦ ، ٨)



(٣٧) $\angle P = 48^\circ$ فان $\angle C =$ (٣١٢ ، ١٣٢ ، ٩٦ ، ٤٨)

(٣٨) \overline{P} ، \overline{M} ح مماسان فان : $\overline{P} = \overline{M}$ سم

(٨ ، ٦ ، ٤ ، ٢)

(٣٩) \overline{P} و \overline{M} = 130° فان و \overline{M} =
 (٢٣٠ ، ١٣٠ ، ١٠٠ ، ٥٠)

(٢٣٠ ، ١٣٠ ، ١٠٠ ، ٥٠)

(٤٠) \overline{P} و \overline{M} = \overline{P} و \overline{M} = \overline{P} فان و \overline{M} =
 (١٢٠ ، ٩٠ ، ٦٠ ، ٣٠)

(١٢٠ ، ٩٠ ، ٦٠ ، ٣٠)

(٤١) \overline{P} و \overline{M} = 25° فان و \overline{M} =
 (١٣٠ ، ٦٥ ، ٥٠ ، ٢٥)

(١٣٠ ، ٦٥ ، ٥٠ ، ٢٥)

(٤٢) \overline{P} و \overline{M} = 32° فان و \overline{M} =
 (١١٦ ، ٥٨ ، ٦٤ ، ٣٢)

(١١٦ ، ٥٨ ، ٦٤ ، ٣٢)

(٤٣) \overline{P} و \overline{M} = 50° فان و \overline{M} =
 (١٠٠ ، ٧٥ ، ٥٠ ، ٢٥)

(١٠٠ ، ٧٥ ، ٥٠ ، ٢٥)

(٤٤) \overline{P} و \overline{M} = 60° فان و \overline{M} =
 (١٠٠ ، ٨٠ ، ٦٠ ، ٤٠)

(١٠٠ ، ٨٠ ، ٦٠ ، ٤٠)

(٤٥) \overline{P} قطر ، \overline{M} و \overline{P} = 120° فان و \overline{M} =
 (٩٠ ، ٦٠ ، ٣٠ ، ٢٠)

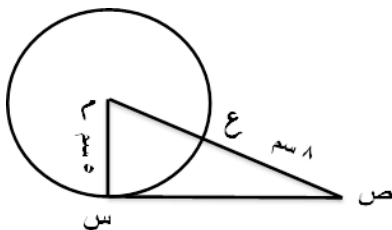
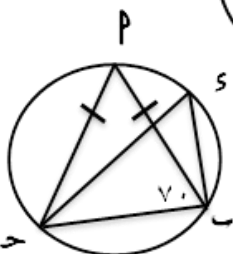
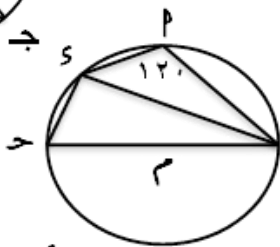
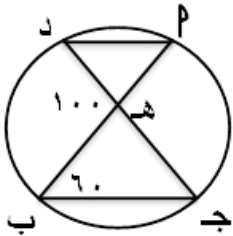
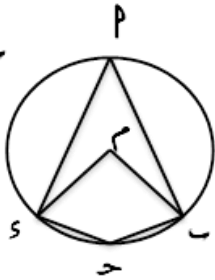
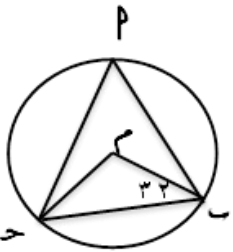
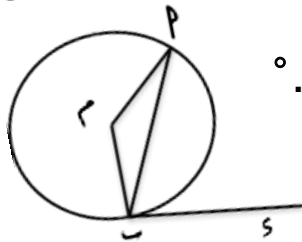
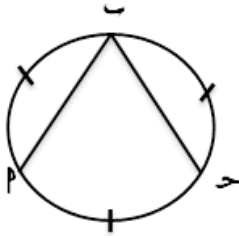
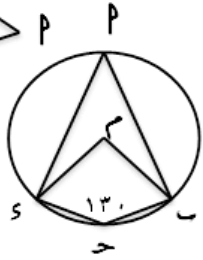
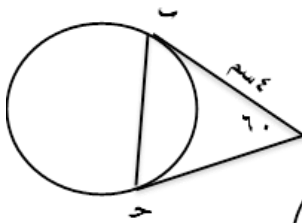
(٩٠ ، ٦٠ ، ٣٠ ، ٢٠)

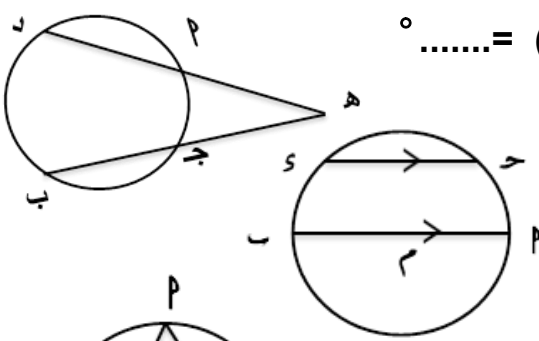
(٤٦) $\overline{P} = \overline{M}$ ، \overline{P} و \overline{M} = 70° فان و \overline{M} =
 (٧٠ ، ٤٠ ، ٣٥ ، ٢٠)

(٧٠ ، ٤٠ ، ٣٥ ، ٢٠)

(٤٧) $\overline{P} = \overline{M}$ ، $\overline{P} = \overline{M}$ ، $\overline{P} = \overline{M}$ فان $\overline{P} = \overline{M}$ سم

(١٣ ، ١٢ ، ١٠ ، ٥)





(٤٨) و (حـ) = ٥٠° ، و (سـ) = ١٣٠° فان و (هـ) =°

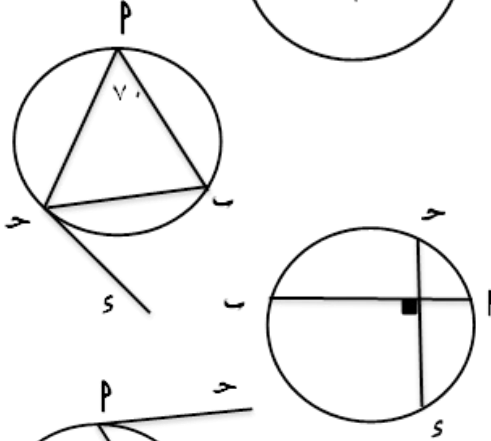
(٤٠ ، ٨٠ ، ٩٠ ، ٥٠)

(٤٩) و (حـ) = ٤٠° فان و (سـ) =°

(٤٠ ، ٨٠ ، ١٠٠ ، ١٤٠)

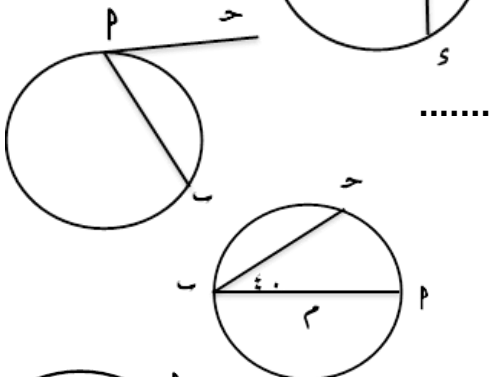
(٥٠) و (حـ) = ٧٠° فان و (سـ) =°

(٣٥ ، ٧٠ ، ١١٠ ، ١٤٠)



(٥١) و (حـ) + و (سـ) =°

(٤٥ ، ٩٠ ، ١٨٠ ، ٢٧٠)

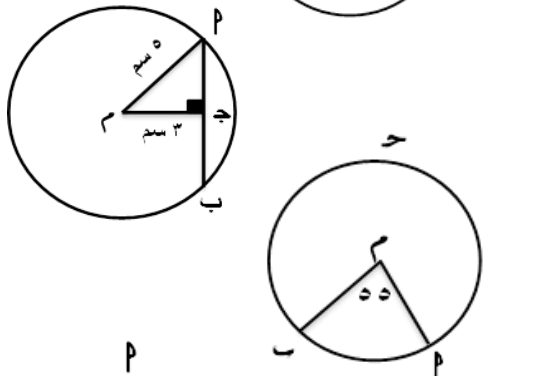


(٥٢) و (حـ) = $\frac{1}{3}$ قياس الدائرة ، فان و (سـ) =°

(٣٠ ، ٦٠ ، ٩٠ ، ١٢٠)

(٥٣) و (حـ) = ٤٠° فان و (سـ) =°

(٤٠ ، ٨٠ ، ١٠٠ ، ١٤٠)



(٥٤) و (حـ) = ٥ سم ، م = ٣ سم فان و (سـ) = سم

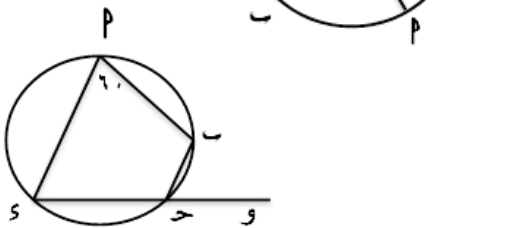
(٤ ، ٨ ، ١٠ ، ١٢)

(٥٥) و (حـ) = ٥٥° فان و (سـ) =°

(٥٥ ، ١١٠ ، ٢٢٠ ، ٣٠٥)

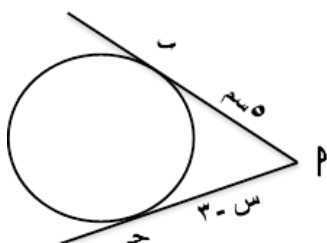
(٥٦) و (حـ) = ٦٠° فان و (سـ) =°

(٣٠ ، ٦٠ ، ٩٠ ، ١٢٠)

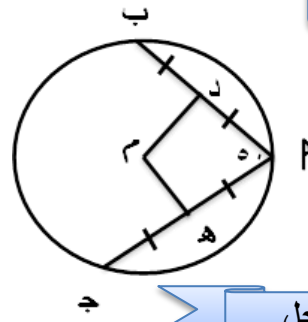


(٥٧) و (حـ) ، م = ٣ سم فان : س = سم

(٢ ، ٥ ، ٨ ، ١٠)



(١) في الشكل المقابل :



س منتصف \overline{PB} ،
ه منتصف \overline{PC}
و $(\triangle PSC) = 50^\circ$
اوجد $(\triangle PSC)$

الحل

$$\begin{aligned} \because PS = SP \quad \therefore \overline{PM} \perp \overline{SC} \\ \leftarrow \text{و } (\triangle PSC) = 90^\circ \\ \because PS = SP \quad \therefore \overline{PM} \perp \overline{SC} \\ \leftarrow \text{و } (\triangle PSC) = 90^\circ \\ \therefore (\triangle PSC) = (50 + 90 + 90) = 130^\circ \end{aligned}$$

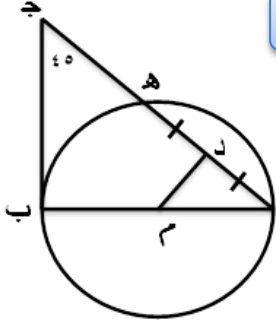
في الدائرة الصغرى

$$\because \overline{PM} \perp \overline{CD} \quad \therefore \overline{PM} = \overline{MD} \quad (٢)$$

بطرح (٢) من (١)

$$\therefore \overline{PM} = \overline{MD} \quad \text{وهو المطلوب}$$

(٤) في الشكل المقابل :

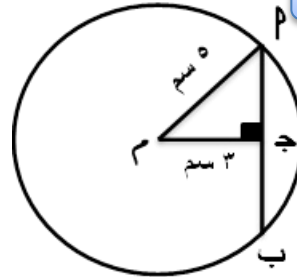


ب ج مماس للدائرة م ،
س منتصف \overline{PM}
و $(\triangle PSB) = 45^\circ$
اوجد $(\triangle PSB)$
برهن ان $\overline{PM} = \overline{MS}$ متساوي الساقين

الحل

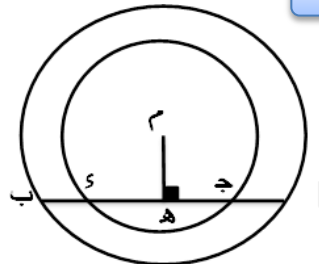
$$\begin{aligned} \because \overline{PM} \perp \overline{SB} \quad \therefore \overline{PM} \text{ منتصف } \overline{SB} \\ \therefore (\triangle PSB) = 90^\circ \\ \because \text{ب ج مماس} \quad \therefore \overline{PM} \perp \overline{SB} \\ \leftarrow \text{و } (\triangle PSB) = 90^\circ \\ \therefore (\triangle PSB) = (45 + 90 + 90) = 135^\circ \\ \therefore (\triangle PSB) = 135^\circ \\ \therefore (\triangle PSB) = 135^\circ - 180^\circ = 45^\circ \\ \therefore (\triangle PSB) = (45 + 90) - 180^\circ = 45^\circ \\ \therefore \overline{PM} = \overline{MS} \text{ متساوي الساقين} \end{aligned}$$

(٢) في الشكل المقابل



م ج \perp م ب
م ج = ٣ سم ،
م ب = ٥ سم
اوجد طول م ب

(٣) في الشكل المقابل



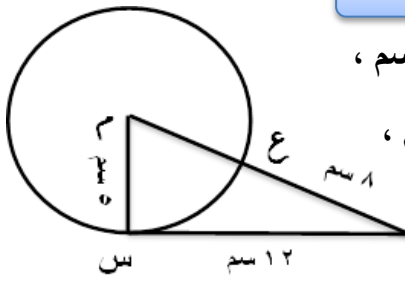
دائرتان متحدتا المركز م
م ب \perp م ه
اثبت ان
م ج = م ب

الحل

في الدائرة الكبرى

$$(١) \quad \because \overline{PM} \perp \overline{HE} \quad \therefore \overline{PM} = \overline{ME}$$

(٥) في الشكل المقابل

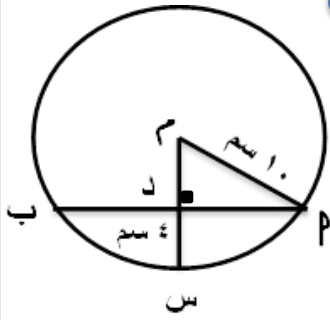


م دائرة . فوه = ٥ سم ،
س ص = ١٢ سم ،
ع ص = ٨ سم

اثبت ان س ص مماس للدائرة عند س

الحل

(٧) في الشكل المقابل



ر س = ٤ سم

م م = ١٠ سم

م م ⊥ ر س

اوجد طول م م

ثم اوجد مساحة المثلث م م ر

الحل

ر م = ١٠ - ٤ = ٦ سم

∴ (م م) = (١٠) - (٦) = ٨ سم

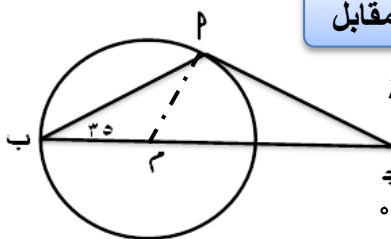
∴ م م ⊥ ر س ∴ م م منصف ر س

∴ م م = ٨ × ٢ = ١٦ سم

مساحة المثلث م م ر = $\frac{1}{2} \times م م \times ر س$

= $\frac{1}{2} \times ١٦ \times ٤ = ٣٢$ سم^٢

(٨) في الشكل المقابل



م م قطعة مماسية

للدائرة م

∠ م ب = ٣٥°

اوجد ∠ م ب م ، ∠ م ب م

الحل

العمل : نرسم م م نصف قطر

∴ م م مماس ∴ م م ⊥ م م

∠ م ب م = ٩٠°

م م = م م

∴ م م = م م = م م = ٥ سم

← م م ص = ٥ + ٨ = ١٣ سم

∴ (م م ص) = (١٣) = ١٦٩

١٦٩ = ٢٥ + ١٤٤ = (م م) + (م م ص)

∴ (م م ص) = (م م) + (م م ص)

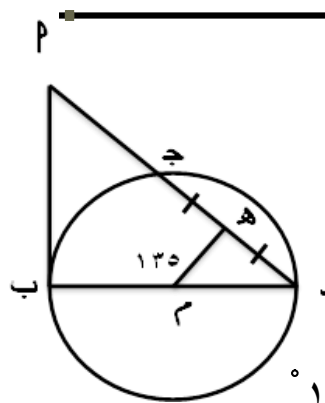
← ∠ م ب م = ٩٠°

∴ م م ⊥ م م ∴ م م مماس للدائرة

(٦) في الشكل المقابل

م م مماس للدائرة م ،

ه ه منصف ر ج



∠ م ب ه = ١٣٥°

اوجد ∠ م ب م

، برهن ان م م = م م

الحل

ه ه منصف ر ج ∴ م م ⊥ م م

∴ ∠ م ب ه = ٩٠°

∴ م م مماس ∴ م م ⊥ م م

← ∠ م ب م = ٩٠°

∴ ∠ م ب م = (٩٠ + ٩٠) - ١٣٥ = ٤٥°

= ٤٥°

∴ ∠ م ب ه = ١٨٠° - ١٣٥° = ٤٥°

∴ ∠ م ب م = (٤٥ + ٩٠) - ١٨٠ = ٤٥°

∴ م م و م م متساوي الساقين

البرهان

∴ د منتصف \overline{AB} ∴ $AD \perp AB$

، $\angle (PDA) = 90^\circ$ بالمثل

∴ ه منتصف \overline{AB} ∴ $HE \perp AB$

∴ $PD = PE$ (الوترات متساوية)

∴ $AD = DE$ (١)

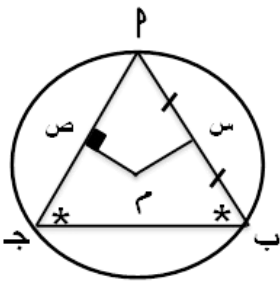
∴ $\triangle DME$ متساوي الساقين اولا

$\angle (PDE) = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ (٢)

من (١)، (٢) ∴ $\triangle PDE$ متساوي الاضلاع

ثانيا

(١١) في الشكل المقابل :



$\triangle PAB$ فيه

$\angle (PAB) = \angle (PBA)$

س منتصف \overline{AB} ، $CM \perp AB$

برهن ان $CM = PM$

البرهان

∴ س منتصف \overline{AB} (ب) مع (ن) $CM \perp AB$

∴ $\angle (PAB) = \angle (PBA)$

∴ $PA = PB$ (الوترات متساوية)

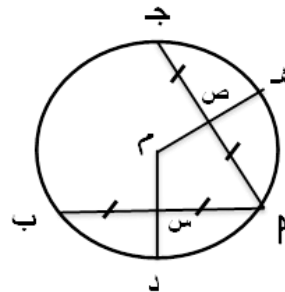
∴ $CM = PM$

∴ $\angle (PAB) = \angle (PBA) = 35^\circ$

∴ $\angle (PBA) = 90^\circ + 35^\circ = 125^\circ$

∴ $\angle (PBA) = 180^\circ - (35^\circ + 125^\circ) = 20^\circ$

(٩) في الشكل المقابل :



$PA = PB$

س منتصف \overline{AB} ،

ص منتصف \overline{PM}

$\angle (PMB) = 70^\circ$

(١) اوجد $\angle (PMD)$

(٢) اثبت ان $SD = SV$

البرهان

∴ س منتصف \overline{AB}

∴ $SM \perp AB \iff \angle (PMS) = 90^\circ$

بالمثل ص منتصف \overline{PM}

∴ $SM \perp PM \iff \angle (PMS) = 90^\circ$

∴ $\angle (PMD) = 90^\circ$

اولا $360^\circ - (70^\circ + 90^\circ + 90^\circ) = 110^\circ$

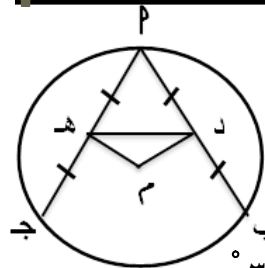
∴ $PA = PB$ (الوترات متساوية)

∴ $SM = MS$ (١)

، $DM = ME$ (انصاف اقطار) (٢)

∴ $SD = SV$

(١٠) في الشكل المقابل :



$PA = PB$

د منتصف \overline{AB} ،

ه منتصف \overline{PM}

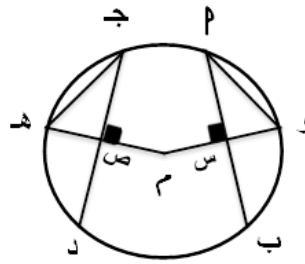
$\angle (PDE) = 30^\circ$

برهن ان

(١) $\triangle DME$ متساوي الساقين

(٢) $\triangle PDE$ متساوي الاضلاع

(١٢) في الشكل المقابل :



$AB = 2r$

$MS \perp AB$

$CS \perp SD$

وس = هـ ص اثبت ان

(١) $AB = 2r$

(٢) $r = OS$

البرهان

(١) $r = OS = r$

(٢) $OS = MS$ معطى

ب طرح (٢) من (١)

$\therefore MS = OS$ (الابعاد متساوية)

$\therefore AB = 2r$ أولاً

$\frac{1}{r} AB = \frac{1}{r} 2r \therefore AB = 2r$

$\triangle MSO \cong \triangle OSV$

$MS = OS$

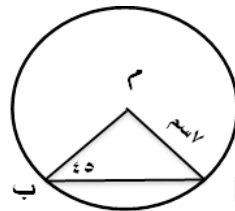
فيهما $OS = MS$

$\angle OSV = \angle MSO = 90^\circ$

$\therefore \triangle MSO \cong \triangle OSV$

ومن التطابق ينتج ان $r = OS$

(١٣) في الشكل المقابل



$CM = r$

$\angle CSB = 45^\circ$

اوجد طول (AB)

البرهان

في $\triangle MSO$ $MS = OS = r$

$\therefore \angle OSV = \angle MSO = 45^\circ$

$\therefore \angle MSO = 90^\circ$

$\therefore \angle OSV = 90^\circ$

طول $(AB) = \frac{2r}{\sin 45^\circ} = \frac{2r}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2\sqrt{2}r$

$11 \text{ سم} = 2\sqrt{2}r \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 4r$

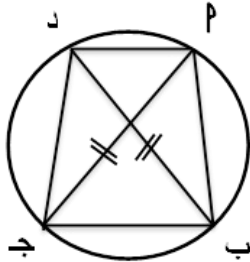
(١٤) في الشكل المقابل

AB جـ د شكل رباعي مرسوم داخل دائرة

$AB = DC$ ، $AD = BC$ (٣ - ٥) سم

$AD = BC$ (٣ + ٥) سم اوجد طول AB

البرهان



$AB = DC$

$\angle OSV = \angle MSO = 90^\circ$

ب طرح (AB) من الطرفين

$\therefore \angle OSV = \angle MSO = 90^\circ$

$AB = DC$

ثانياً

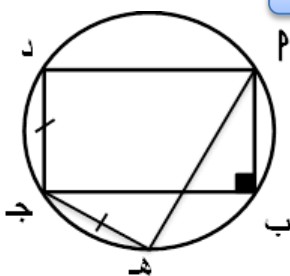
$3 + 5 = 5 - 3$

$3 + 5 = 5 - 3$

$2 = 8 \leftarrow 3 = 5$

$AB = 2 \times 3 = 6 \text{ سم}$

(١٥) في الشكل المقابل :



AB جـ د مستطيل ،

$AB = DC$

اثبت ان $AB = DC$

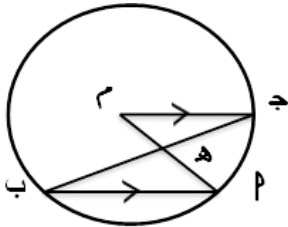
البرهان

$$\begin{aligned} \text{و } (\Delta ه) &= \frac{1}{4} [\text{و } (\Delta ب) - \text{و } (\Delta د)] \\ \text{و } (\Delta ه) &= \frac{1}{4} [\text{و } (\Delta ب) - ٨٠] \\ \text{و } (\Delta ه) &= ٦٠ - ٨٠ = -٢٠ \\ \text{و } (\Delta ه) &= ٦٠ - ٨٠ = -٢٠ \end{aligned}$$

∴ $\overline{م ب}$ قطر ∴ $\text{و } (\Delta ب م) = ١٨٠^\circ$

$$\text{و } (\Delta د ج) = ١٨٠ - (٢٠ + ٨٠) = ٨٠^\circ$$

(١٨) في الشكل المقابل



$\overline{م ب} \parallel \overline{م ج}$

برهن ان $ب ه < م ه$

البرهان

∴ $\overline{م ب} \parallel \overline{م ج}$

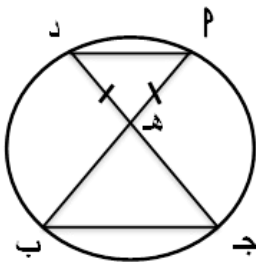
$$\text{و } (\Delta م ب) = \text{و } (\Delta م ج)$$

و $(\Delta م ب)$ المركزية = $٢ = \text{و } (\Delta ب)$ المحيطية

$$\text{و } (\Delta ب) < \text{و } (\Delta م ب)$$

$$\text{و } (\Delta ب) < \text{و } (\Delta م ب)$$

∴ $ب ه < م ه$ وهو المطلوب



(١٩) في الشكل المقابل :

$$م د = م ب$$

برهن ان

$$ج د = ج ه$$

البرهان

$$\text{∴ } م ب = ج د = ج ه \text{ مستطيل}$$

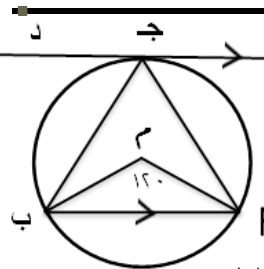
$$\text{∴ } \text{و } (\Delta ب) = \text{و } (\Delta ه)$$

بإضافة $\text{و } (\Delta ه)$ للطرفين

$$\text{∴ } \text{و } (\Delta ب ج) = \text{و } (\Delta ه ج)$$

$$\text{∴ } م ب = م ه$$

(١٦) في الشكل المقابل



ج د مماس للدائرة م

$\overline{م ب} \parallel \overline{ج د}$

$$\text{و } (\Delta م ب ج) = ١٢٠$$

برهن ان $\Delta م ب ج$ متساوي الاضلاع

البرهان

∴ $\overline{م ب} \parallel \overline{ج د}$

$$\text{∴ } \text{و } (\Delta ب ج) = \text{و } (\Delta م ب ج)$$

$$\text{∴ } م ب = م ج = م ج$$

و $(\Delta م ب ج)$ المحيطية =

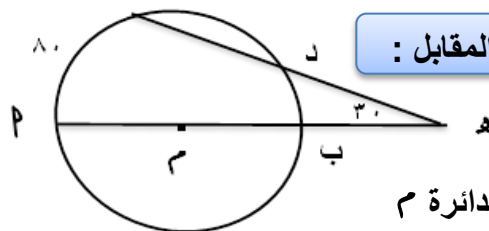
$$\frac{1}{4} \text{و } (\Delta م ب ج) \text{ المركزية}$$

$$٦٠ = ١٢٠ \times \frac{1}{4} \text{ (٢)}$$

من (١)، (٢)

∴ $\Delta م ب ج$ متساوي الاضلاع

(١٧) في الشكل المقابل :



$\overline{م ب}$ قطر في الدائرة م

$$\text{و } (\Delta ه) = ٣٠^\circ$$

$$\text{و } (\Delta ج) = ٨٠^\circ \text{ اوجد } \text{و } (\Delta د)$$

البرهان

$$\therefore \text{د ه} = \text{د ب}$$

$$\therefore \text{و}(\widehat{\text{د ب}}) = \text{و}(\widehat{\text{د ه}})$$

بإضافة $\text{و}(\widehat{\text{د ه}})$

$$\therefore \text{و}(\widehat{\text{د ب}}) = \text{و}(\widehat{\text{د ه}})$$

$$\therefore \text{و}(\widehat{\text{د ب}}) = \text{و}(\widehat{\text{د ه}})$$

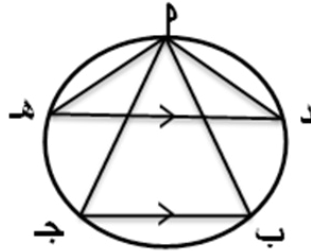
$$\therefore \text{د ب} = \text{د ه}$$

بالطرح $\text{د ب} = \text{د ه}$

$$\therefore \text{د ج} = \text{د ه}$$

(٢٠) في الشكل المقابل :

$$\text{د ه} \parallel \text{ب ج}$$



برهن ان $\text{و}(\widehat{\text{د ه ب}}) = \text{و}(\widehat{\text{د س ب}})$

البرهان

$$\therefore \text{د ه} \parallel \text{ب ج}$$

$$\therefore \text{و}(\widehat{\text{د ه ب}}) = \text{و}(\widehat{\text{د س ب}})$$

$$\therefore \text{و}(\widehat{\text{د ه ب}}) = \text{و}(\widehat{\text{د س ب}})$$

بإضافة $\text{و}(\widehat{\text{د س ب}})$ للطرفين

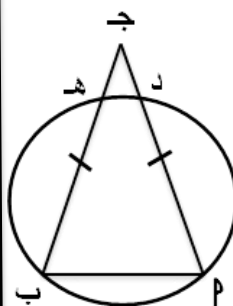
$$\therefore \text{و}(\widehat{\text{د ه ب}}) = \text{و}(\widehat{\text{د س ب}})$$

(٢١) في الشكل المقابل :

$$\text{د ه} = \text{د ب}$$

برهن ان

$$\text{د ه} = \text{د ج}$$



البرهان

$$\therefore \text{د ه} = \text{د ب}$$

$$\therefore \text{و}(\widehat{\text{د ب}}) = \text{و}(\widehat{\text{د ه}})$$

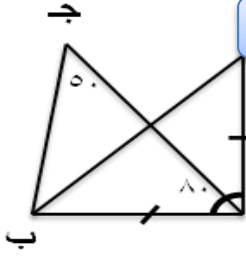
$$\therefore \text{و}(\widehat{\text{د ب}}) = \text{و}(\widehat{\text{د ه}})$$

$$\therefore \text{و}(\widehat{\text{د ب}}) = \text{و}(\widehat{\text{د ه}})$$

Δ ه ب ج متساوي الساقين

$$\therefore \text{د ه} = \text{د ج}$$

(٢٢) في الشكل المقابل :



$$\text{د ب} = \text{د ه}$$

$$\text{و}(\widehat{\text{د ب}}) = 80^\circ$$

$$\text{و}(\widehat{\text{د ج}}) = 50^\circ$$

اثبت ان النقط د ، ب ، ج ، د تمر بها دائرة واحدة

البرهان

$$\therefore \text{د ب} = \text{د ه} \therefore \text{المثلث د ب د متساوي الساقين}$$

$$\therefore \text{و}(\widehat{\text{د ب}}) = \frac{180 - 80}{2} = 50^\circ$$

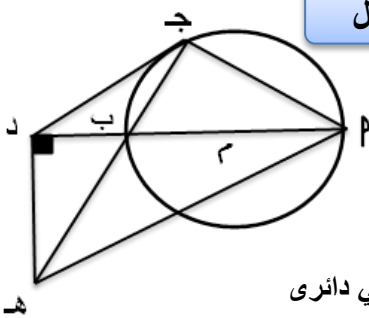
$$\therefore \text{و}(\widehat{\text{د ب}}) = \text{و}(\widehat{\text{د ج}}) = 50^\circ$$

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها

\therefore النقط د ، ب ، ج ، د تمر بها دائرة واحدة

أي ان الشكل د ب ج د رباعي دائري

(٢٣) في الشكل المقابل



$$\text{د ه} \perp \text{د ب}$$

برهن ان

الشكل د ج د ه رباعي دائري

البرهان

$$\therefore \text{و}(\widehat{\text{د ج ه}}) = 90^\circ$$

محيطية مرسومة في نصف دائرة

$$\therefore \text{و}(\widehat{\text{د ج ه}}) = \text{و}(\widehat{\text{د ه ب}}) = 90^\circ$$

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة (د ه) وفي جهة واحدة منها

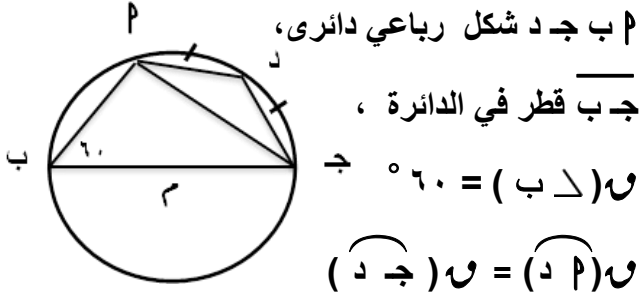
\therefore الشكل د ج د ه رباعي دائري

$$\therefore \angle P = (\angle P) = (\angle P) = 40^\circ$$

$$\therefore \angle P = (\angle P) = (\angle P)$$

زوايا محيطية متساوية \Leftarrow اقواس متساوية

في الشكل المقابل



برهن ان \overline{PM} ينصف $\angle B$

البرهان

$\therefore \overline{PM}$ قطر في الدائرة

$$\therefore \angle P = (\angle P) = 90^\circ$$

$$\therefore \angle P = (\angle P) = 180^\circ - (60^\circ + 90^\circ) = 30^\circ$$

الشكل P رباعي دائري

$$\therefore \angle P = (\angle P) + (\angle P) = 180^\circ$$

$$\therefore \angle P = (\angle P) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \angle P = (\angle P) = (\angle P)$$

$$\therefore \overline{PM} = \overline{PD}$$

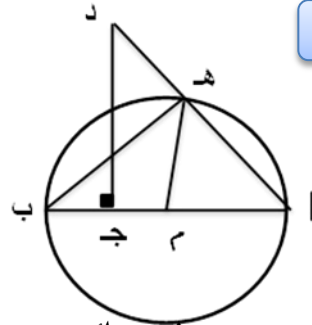
$$\therefore \angle P = (\angle P) = \frac{120^\circ - 180^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$\therefore \angle P = (\angle P) = (\angle P) = 30^\circ$$

$\therefore \overline{PM}$ ينصف $\angle B$

خارجة عن الشكل الرباعي الدائري

في الشكل المقابل



\overline{PM} قطر في الدائرة M

$$\overline{PD} \perp \overline{AB}$$

برهن ان (1) الشكل S رباعي دائري

$$(2) \angle P = (\angle P) = 20^\circ$$

البرهان

$$\therefore \angle P = (\angle P) = 90^\circ$$

محيطية مرسومة في نصف دائرة

$$\therefore \angle P = (\angle P) = (\angle P) = 90^\circ$$

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها

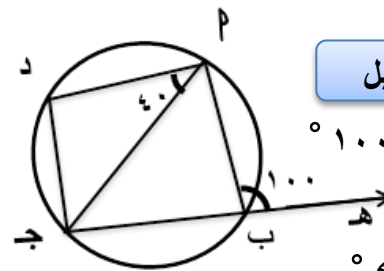
\therefore الشكل S رباعي دائري

$$\therefore \angle P = (\angle P)$$

$$\angle P = (\angle P) = \text{المركزية} = 2 \angle P = (\angle P)$$

$$\therefore \angle P = (\angle P) = 2 \angle P$$

في الشكل المقابل



$$\angle P = (\angle P) = 100^\circ$$

$$\angle P = (\angle P) = 40^\circ$$

$$\text{برهن ان: } \angle P = (\angle P) = (\angle P)$$

البرهان

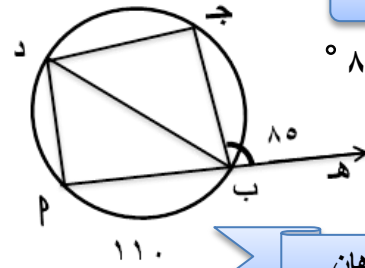
\therefore الشكل P رباعي دائري

$$\therefore \angle P = (\angle P) = (\angle P) = 100^\circ$$

في $\triangle P$: $\angle P = (\angle P)$

$$= 180^\circ - (40^\circ + 100^\circ) = 40^\circ$$

(٢٧) في الشكل المقابل



و (د ب هـ) = 85°
 و (ب) = 110°
 اوجد و (د ب هـ ح)

البرهان

∴ الشكل م ب ج د رباعي دائري

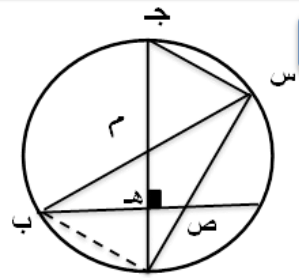
∴ و (د ب هـ ح) = و (د ب هـ) = 85°

و (د ب هـ ح) = و (ب) = 110°

55 = 110 × 1/2 =

∴ و (د ب هـ ح) = 55 - 85 = 30°

(٢٨) في الشكل المقابل



ج د قطر في الدائرة
 ج د ⊥ م ب

برهن ان (١) الشكل س ص هـ ج رباعي دائري

(٢) و (د ص ب) = و (د ب س)

البرهان

العمل نرسم ب د

∴ ج د قطر في الدائرة

∴ و (د ج س د) = 90° محيطية مرسومة في نصف دائرة

∴ و (د ج س د) + و (د ج هـ ص) = 180°

وهما زاويتان متقابلتان

∴ الشكل س ص هـ ج رباعي دائري (اولاً)

∴ و (د ص ب) خارجة عن الشكل الرباعي الدائري

∴ و (د ب س) = و (د ج)

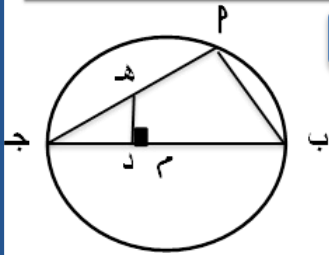
ولكن و (د ب س) = و (د ج)

محيطيتان مرسومتان علي نفس القوس (٢)

من (١) ، (٢)

∴ و (د ص ب) = و (د ب س)

(٢٩) في الشكل المقابل :



ب ج قطر في الدائرة
 هـ د ⊥ ب ج
 برهن ان

(١) الشكل م ب هـ د رباعي دائري خارجة عن الشكل الرباعي الدائري

(٢) و (د هـ ح) = و (د ب)

البرهان

∴ ب ح قطر في الدائرة

∴ و (د ب) = 90° محيطية مرسومة في نصف دائرة

∴ و (د ب) + و (د هـ ح) = 180°

∴ الشكل م ب هـ د رباعي دائري (اولاً)

∴ و (د هـ ح) خارجة عن الشكل الرباعي الدائري

∴ و (د هـ ح) = و (د ب) (١)

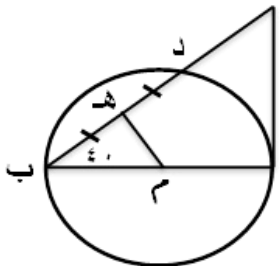
ولكن و (د ب) المحيطية = و (د ب) (٢)

من (١) ، (٢)

∴ و (د هـ ح) = و (د ب)

محيطية مرسومة في نصف دائرة

(٣٠) في الشكل المقابل ج

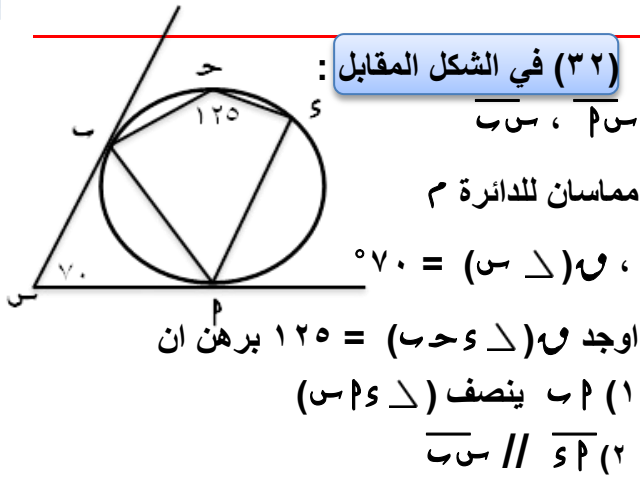


م ب قطر في الدائرة م

م ج مماس لها ،

و (د ب) = 40°

هـ منتصف م ج . برهن ان



(٣٢) في الشكل المقابل :

س م ، س ب

مماسان للدائرة م

و (س م) = ٧٠° ،

اوجد و (س ح ب) = ١٢٥ برهن ان

(١) ب ينصف (س م)

(٢) س ب // س م

البرهان

س م ، س ب قطعتان مماساتان

س م = س ب ∴ ∆ س م ب متساوي الساقين

و (س م ب) = و (س ب م) =

$$٥٥° = \frac{١١٠}{٢} = \frac{٧٠ - ١٨٠}{٢}$$

س م ب شكل رباعي دائري

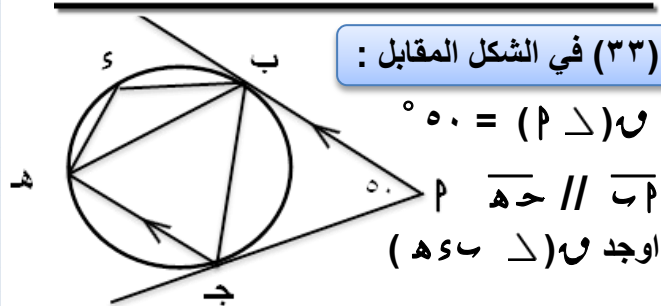
و (س ب م) = ١٢٥ - ١٨٠ = ٥٥°

و (س م ب) = و (س ب م)

ب ينصف (س م) ∴ الطلوب اولاً

و (س م ب) = و (س ب م) وهما في وضع تبادل

س ب // س م ∴



(٣٣) في الشكل المقابل :

و (س م) = ٥٠°

س م // س ب

اوجد و (س ب م)

البرهان

س م ، س ب قطعتان مماساتان

س م = س ب ∴ ∆ س م ب متساوي الساقين

$$٦٥° = \frac{٥٠ - ١٨٠}{٢} = و (س م ب)$$

س م // س ب ∴

و (س ب م) = و (س م ب) بالتبادل

و (س ب م) = ١١٥ = ٦٥ - ١٨٠°

(١) الشكل م ه م ح رباعي دائري

(٢) اوجد و (س ح ب)

البرهان

س ه منتصف س م ∴ س م ⊥ س ب

و (س م ه ح) = ٩٠°

س م ح مماس ∴ س م ⊥ س ب

و (س م) = ٩٠°

و (س م ه ح) + و (س م) = ١٨٠°

∴ الشكل م ه م ح رباعي دائري

في ∆ م ب ح

و (س ح ب) = ١٨٠ - (٤٠ + ٩٠) = ٥٠°

(٣١) في الشكل المقابل

ج و ينصف

(س ح ه)

س ب // س م

برهن ان الشكل م ب ح س رباعي دائري

البرهان

س م // س ب ∴

و (س م) = ١٨٠ - ٧٤ = ١٠٦°

∴ ج و ينصف (س ح)

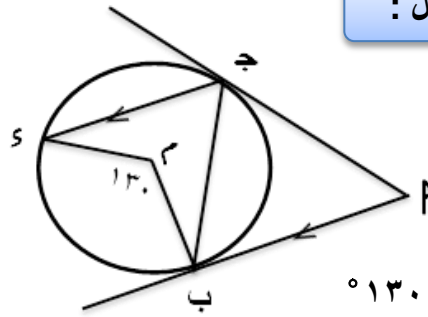
و (س ح ه) = ١٠٦° = ٥٣ × ٢

و (س ح ه) = و (س م)

وهي خارجة عن الشكل الرباعي

∴ الشكل م ب ح س رباعي دائري

(٣٤) في الشكل المقابل :



$\overline{PS} \perp \overline{OS}$

مماسان للدائرة م

$\overline{PS} \parallel \overline{OS}$

$\angle (S \triangle P) = 130^\circ$

(١) برهن ان ح ب ينصف $(\triangle P \triangle S)$

(٢) اوجد $\angle (P \triangle S)$

البرهان

$\angle (S \triangle P) = \frac{1}{2}$ المحيطية $\angle (S \triangle P)$

$65^\circ = 130^\circ \times \frac{1}{2}$

$\therefore \overline{PS} \parallel \overline{OS}$

$\angle (S \triangle P) = \angle (P \triangle S) = 65^\circ$ بالتبادل (١)

$\therefore \overline{PS} \perp \overline{OS}$ قطعتان مماستان

$\therefore PS = OS$

$\therefore \angle (S \triangle P) = \angle (P \triangle S) = 65^\circ$ (٢)

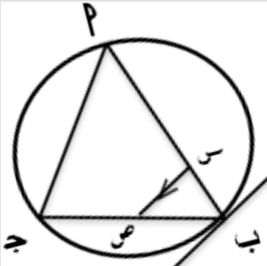
من (١)، (٢) $\therefore \angle (S \triangle P) = \angle (P \triangle S)$

\therefore ح ب ينصف $(\triangle P \triangle S)$

في $\triangle P \triangle S$

$\angle (P \triangle S) = 180^\circ - (65^\circ + 65^\circ) = 50^\circ$

(٣٦) الشكل المقابل :



ب س مماس للدائرة م

$\overline{PS} \parallel \overline{OS}$

برهن ان الشكل م س ص ح رباعي دائري

البرهان

$\angle (S \triangle P) = \angle (P \triangle S) = 70^\circ$ المحيطية (١)

$\therefore \overline{PS} \parallel \overline{OS}$

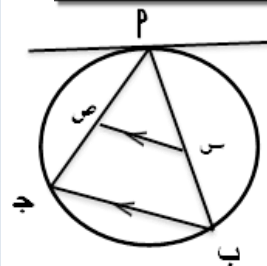
$\therefore \angle (S \triangle P) = \angle (P \triangle S) = 70^\circ$ بالتبادل (٢)

من (١)، (٢) $\therefore \angle (S \triangle P) = \angle (P \triangle S)$

وهي خارجة عن الشكل الرباعي

\therefore الشكل م س ص ح رباعي دائري

(٣٧) في الشكل المقابل



ب س مماس للدائرة م

$\overline{PS} \parallel \overline{OS}$

برهن ان م س مماس للدائرة المارة برؤس المثلث م س ص

البرهان

$\angle (S \triangle P) = \angle (P \triangle S) = 70^\circ$ المحيطية (١)

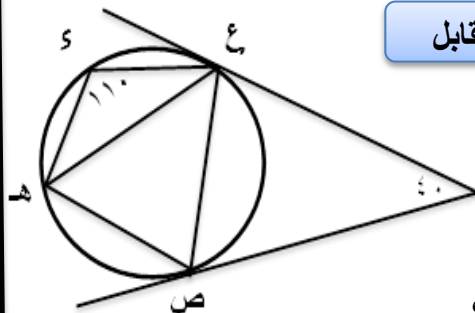
$\therefore \overline{PS} \parallel \overline{OS}$

$\therefore \angle (S \triangle P) = \angle (P \triangle S) = 70^\circ$ بالتناظر (٢)

$\therefore \angle (S \triangle P) = \angle (P \triangle S)$

\therefore م س مماس للدائرة المارة برؤس المثلث م س ص

(٣٥) في الشكل المقابل



$\overline{PS} \perp \overline{OS}$

مماسان للدائرة

$\angle (S \triangle P) = 40^\circ$

$\angle (S \triangle P) = 110^\circ$

برهن ان \triangle ع ص ه متساوي الساقين

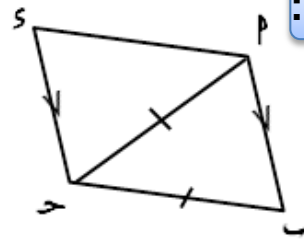
البرهان

$\therefore \overline{PS} \perp \overline{OS}$ قطعتان مماستان

$\therefore \angle (S \triangle P) = \angle (P \triangle S)$ \triangle ع ص ه متساوي الساقين

$\therefore \angle (S \triangle P) = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$

(٣٨) في الشكل المقابل :



AB و CD متوازي اضلاع

AD = BC ،
برهن ان

AC مماس للدائرة المارة برؤس المثلث ABC

البرهان

AB // CD ::

∠BAC = ∠ACD (بالتبادل)

AD = BC ::

∠DAC = ∠ACB (٢)

من (١)، (٢) ∴ ∠BAC = ∠ACB

∴ AC مماس للدائرة المارة برؤس المثلث ABC

AB = AC ، ∠BAC = ٤٠°

اوجد ∠B و ∠C

برهن ان (١) الشكل ABC رباعي دائري

(٢) AC مماس للدائرة المارة برؤس المثلث ABC

البرهان

∴ AB = AC

∴ ∠B = ∠C = (١٨٠ - ٤٠) / ٢ = ٧٠°

∴ ABC متوازي اضلاع

∴ ∠B = ∠C = ٧٠°

∴ ∠BAC = ∠ACB وهي خارجة عن الشكل

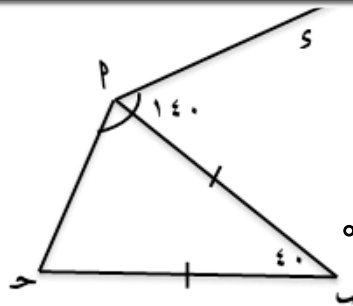
∴ الشكل ABC رباعي دائري اولا

∠BAC = ∠ACB = ٧٠° بالتبادل

∴ ∠BAC = ∠ACB = ٧٠°

∴ AC مماس للدائرة المارة برؤس المثلث ABC

(٣٩) في الشكل المقابل :



AB = AC

∠BAC = ٤٠°

∠CAD = ١٤٠°

برهن ان AC مماس للدائرة المارة برؤس المثلث ABC

البرهان

∴ AB = AC

∴ ∠BAC = ∠ACB

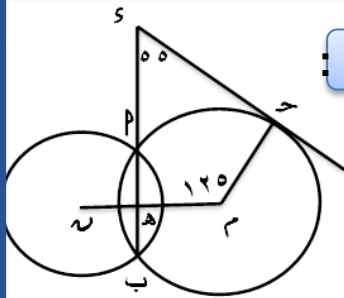
∴ ∠BAC = (١٨٠ - ٤٠) / ٢

∴ ∠BAC = ٧٠° - ١٤٠° = ∠CAD

∴ ∠BAC = ∠CAD

∴ AC مماس للدائرة المارة برؤس المثلث ABC

(٤١) في الشكل المقابل :



∠P = ٥٥°

∠R = ١٢٥°

، برهن ان AC مماس للدائرة M

البرهان

∴ MP و MR مشترك ∴ MP ⊥ MR

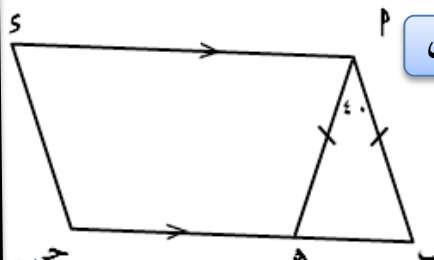
∴ ∠P = ٩٠°

∴ ∠R = ٣٦٠° - (٥٥ + ١٢٥ + ٩٠)

∴ ∠R = ٩٠°

∴ RC ⊥ MN ∴ RC مماس للدائرة M

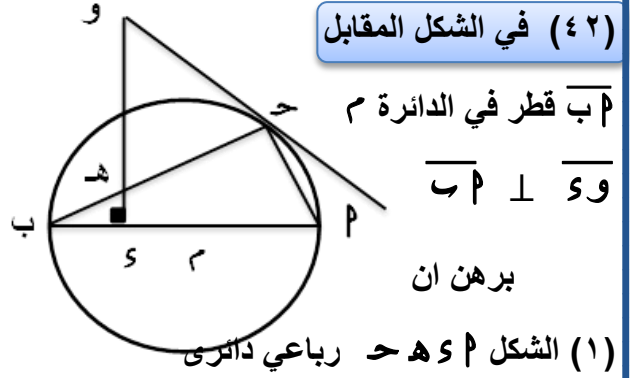
(٤٠) في الشكل المقابل



AB و CD

متوازي اضلاع

(٤٢) في الشكل المقابل



(٢) $\angle W = \angle H$

البرهان

\overline{MP} قطر في الدائرة

$\angle (P \Delta H) = 90^\circ$ محيطية في نصف دائرة

$\angle (P \Delta H) + \angle (P \Delta S) = 180^\circ$

الشكل $P \Delta S \Delta H$ رباعي دائري (اولا)

$\Delta (W \Delta H)$ خارجة عن الشكل الرباعي الدائري

$\angle (W \Delta H) = \angle (P \Delta H)$ (١)

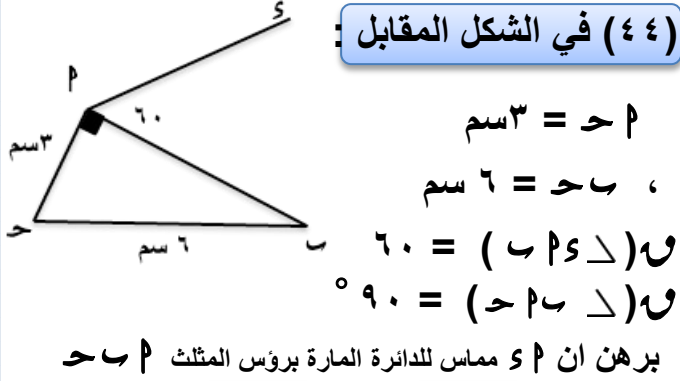
$\angle (W \Delta H) = \angle (P \Delta H)$ (المحيطة (٢))

من (١)، (٢)

$\angle (W \Delta H) = \angle (P \Delta H)$

$\angle W = \angle H$

(٤٤) في الشكل المقابل



$\angle H = 30^\circ$

$\angle H = 60^\circ$

$\angle (P \Delta S) = 60^\circ$

$\angle (P \Delta H) = 90^\circ$

برهن ان PS مماس للدائرة المارة برؤس المثلث $P \Delta H \Delta S$

البرهان

$\angle (P \Delta H) = 90^\circ$ ، $\angle H = 30^\circ$

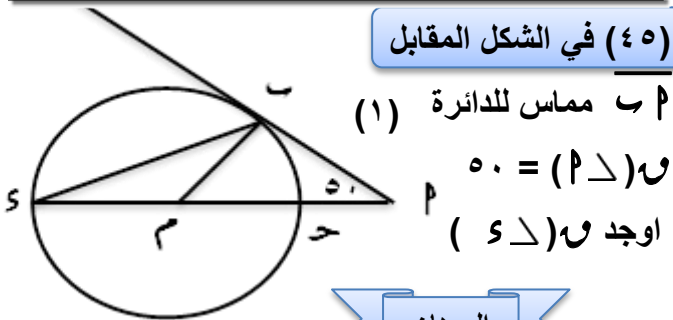
$\angle (P \Delta S) = 30^\circ$

$\angle (P \Delta S) = 180^\circ - (30^\circ + 90^\circ) = 60^\circ$

$\angle (P \Delta S) = \angle (P \Delta H)$

PS مماس للدائرة المارة برؤس المثلث $P \Delta H \Delta S$

(٤٥) في الشكل المقابل



PS مماس للدائرة (١)

$\angle (P \Delta H) = 50^\circ$

اوجد $\angle (S \Delta H)$

البرهان

PS مماس $\therefore \overline{MP} \perp \overline{PS}$

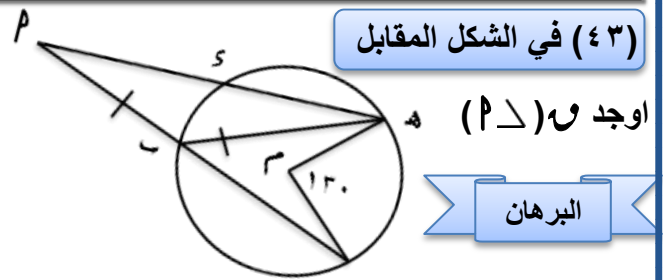
$\angle (P \Delta M) = 90^\circ$

$\angle (P \Delta M) = 180^\circ - (50^\circ + 90^\circ) = 40^\circ$

$\angle (S \Delta H)$ المحيطية $= \frac{1}{2} \angle (P \Delta M)$

$20^\circ = 40^\circ \times \frac{1}{2}$

(٤٣) في الشكل المقابل



البرهان

$\angle (H \Delta P \Delta S)$ المحيطية $= \frac{1}{2} \angle (P \Delta M)$

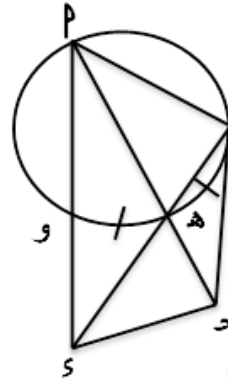
$65^\circ = 130^\circ \times \frac{1}{2}$

$\angle (P \Delta H) = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$

$\angle H = \angle P$

$\angle (P \Delta H) = \frac{180^\circ - 115^\circ}{2} = 32,5^\circ$

(٤٦) في الشكل المقابل :



$\angle (س ب ح) = \angle (هـ ب هـ)$
 برهن ان الشكل
 م ب ح س رباعي دائري

البرهان

$\therefore \angle (س ب ح) = \angle (هـ ب هـ)$

$\therefore \angle (س ب ح) = \angle (هـ ب هـ)$

ولكن $\angle (س ب ح) = \angle (هـ ب هـ)$

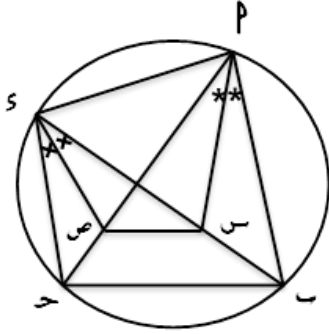
محيطية ومماسية مرسومتان علي نفس القوس

$\therefore \angle (س ب ح) = \angle (هـ ب هـ)$

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها

\therefore الشكل م ب ح س رباعي دائري

(٤٨) في الشكل المقابل



م س ينصف ب ح
 س ص ينصف ب ح
 برهن ان

الشكل م س ص س رباعي دائري

البرهان

$\therefore \angle (س ب ح) = \angle (هـ ب هـ)$

محيطيتان علي نفس القوس بالضرب $\times \frac{1}{4}$

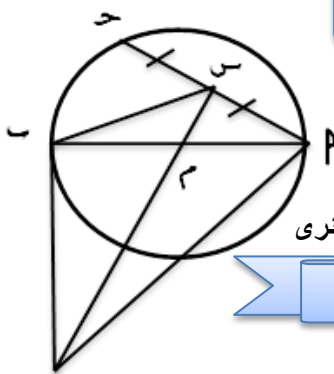
$\therefore \frac{1}{4} \angle (س ب ح) = \frac{1}{4} \angle (هـ ب هـ)$

$\therefore \angle (س ب ح) = \angle (هـ ب هـ)$

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها

\therefore الشكل م س ص س رباعي دائري

(٤٩) في الشكل المقابل



س منتصف م ح

ب ص مماس للدائرة م

برهن ان

الشكل م س ب ص رباعي دائري

البرهان

\therefore س منتصف م ح \therefore م س \perp م ح

$\angle (س ب ح) = 90^\circ$

\therefore ب ص مماس للدائرة م \therefore ب ص \perp م ح

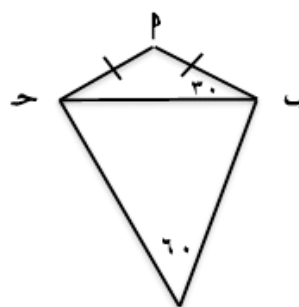
$\angle (س ب ح) = 90^\circ$

$\therefore \angle (س ب ح) = \angle (هـ ب هـ)$

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة (م ص) وفي جهة واحدة منها

\therefore الشكل م س ب ص رباعي دائري

(٤٧) في الشكل المقابل :



$\angle (س ب ح) = \angle (هـ ب هـ)$

$30^\circ = \angle (س ب ح)$

$60^\circ = \angle (هـ ب هـ)$

برهن ان الشكل م ب ح س رباعي دائري

البرهان

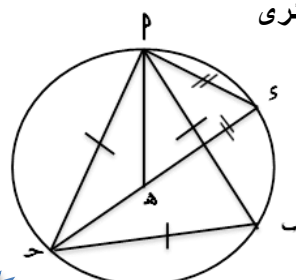
$\therefore \angle (س ب ح) = \angle (هـ ب هـ)$

$\therefore \angle (س ب ح) = \angle (هـ ب هـ) = 30^\circ$

$\therefore \angle (س ب ح) = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$

$\therefore \angle (س ب ح) + \angle (هـ ب هـ) = 120^\circ + 60^\circ = 180^\circ$

\therefore الشكل م ب ح س رباعي دائري



مذكرة

الأستاذ

في الرياضيات

العنوان

.....
.....

للحجز والاستعلام

ت /