الأضواء

الرياضيات

الصف 3 الاعدادى

مراجعة ليلة الامتحان
(هندسة)
2022

ملخص عام على الهندسة المستوية

الدائرة

هى مجموعة من نقاط المستوى التى تبعُد بُعدًا ثابتًا عن نقطة ثابتة فى المستوى.

سطح الدائرة

هى مجموعة نقاط الدائرة $\cup$ مجموعة النقاط داخل الدائرة.

نصف قطر الدائرة

هى القطعة المستقيمة الواصلة من مركز الدائرة إلى أى نقطة على الدائرة.

وتر الدائرة

هو القطعة المستقيمة التى طرفاها أى نقطتين على الدائرة.

قطر الدائرة

هو وتر يمر بمركز الدائرة.

محيط الدائرة

٢ π نق

مساحة الدائرة

π نق^٢

نتائج هامة

١ المستقيم المار بمركز الدائرة وبمنتصف أى وتر فيها يكون عموديًا على هذا الوتر.

٢ المستقيم المار بمركز الدائرة عموديًا على أى وتر فيها ينصف هذا الوتر.

٣ المستقيم العمودى على أى وتر فى الدائرة من منتصفه يمر بمركز الدائرة.

وضع نقطة بالنسبة لدائرة

إذا كانت (م) دائرة طول نصف قطرها نق وكانت أ نقطة تقع فى مستوى الدائرة

فإن: أ تقع

داخل الدائرة	على الدائرة	خارج الدائرة
إذا كان:	إذا كان:	إذا كان:
٠ ≤ م أ < نق	م أ = نق	م أ > نق

وضع مستقيم بالنسبة لدائرة

إذا كانت (م) دائرة طول نصف قطرها نق وكان ل مستقيمًا فى مستواها، ثم رُسم $\overleftrightarrow{\text{م أ}}$ ⊥ المستقيم ل، حيث $\overleftrightarrow{\text{م أ}}$ ∩ ل = {أ}

فإن: المستقيم ل

يقع خارج الدائرة م	مماسًا للدائرة م	قاطعًا للدائرة م
إذا كان:	إذا كان:	إذا كان:
م أ > نق	م أ = نق	٠ ≤ م أ < نق

نتائج هامة:

١ المماس للدائرة يكون عموديًا على نصف القطر المرسوم من نقطة التماس.
٢ المستقيم العمودي على قطر الدائرة من إحدى نهايتيه يكون مماسًا للدائرة.
٣ المماسان لدائرة، المرسومان من نهايتي قطر فيها يكونان متوازيين.

وضع دائرة بالنسبة لدائرة أخرى:

إذا كان م ، ن دائرتين طولا نصفي قطريهما $نق_١$ ، $نق_٢$ على الترتيب حيث $نق_١ > نق_٢$ فإن:

• الدائرتين متباعدتان إذا كان $م ن > نق_١ + نق_٢$	• الدائرتين متماستان من الخارج إذا كان $م ن = نق_١ + نق_٢$	• الدائرتين متقاطعتان إذا كان $نق_١ - نق_٢ < م ن < نق_١ + نق_٢$
• الدائرتين متماستان من الداخل إذا كان $م ن = نق_١ - نق_٢$	• الدائرتين متداخلتان إذا كان $م ن < نق_١ - نق_٢$	• الدائرتين متحدتا المركز إذا كان م ن = صفر

نتائج هامة

١ خط المركزين لدائرتين متماستين من الداخل أو من الخارج يمر بنقطة التماس ويكون عموديًا على المماس المشترك.
٢ خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عموديًا على الوتر المشترك ويُنصفه.

تعيين الدائرة

- يمكن رسم عدد لا نهائي من الدوائر تمر بنقطة معلومة.
- يمكن رسم عدد لانهائي من الدوائر التي تمر بنقطتين معلومتين مثل أ ، ب ومراكز هذه الدوائر تقع جميعها على محور تماثل $\overline{أ ب}$.
- طول نصف قطر أصغر دائرة يمكن رسمها لكي تمر بالنقطتين أ ، ب يكون مساويًا نصف أ ب
- لا يمكن رسم دائرة تمر بثلاث نقاط تنتمي لمستقيم واحد.
- يمكن رسم دائرة واحدة فقط بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.

نتائج هامــة:

1. الدائرة التى تمر برءوس مثلث تسمى دائرة خارجة للمثلث.
2. مركز الدائرة الخارجة للمثلث هى نقطة تقاطع محاور تماثل أضلاعه.
3. يمكن رسم دائرة تمر برءوس كل من المستطيل والمربع وشبه المنحرف المتساوى الساقين.
4. لا يمكن رسم دائرة تمر برءوس كل من متوازى الأضلاع والمعين وشبه المنحرف غير متساوى الساقين.

علاقة أوتار الدائرة بمركزها

الأوتار المتساوية فى الطول فى دائرة على أبعاد متساوية من مركزها.

الزاوية المركزية

- هى الزاوية التى رأسها مركز الدائرة ويحمل كل من ضلعيها نصف قطر فى الدائرة.
- قياسها = قياس القوس المقابل لها
- طول القوس = $\frac{\text{قياس القوس}}{٣٦٠°}$ × محيط الدائرة.
- قياس القوس = $\frac{\text{طول القوس}}{\text{محيط الدائرة}}$ × ٣٦٠°.

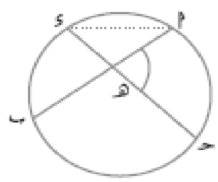
نتائج هامــة:

1. فى الدائرة الواحدة (أو فى الدوائر المتطابقة) الأقواس المتساوية فى القياس متساوية فى الطول والعكس صحيح.
2. فى الدائرة الواحدة (أو فى الدوائر المتطابقة) الأقواس المتساوية فى القياس أوتارها متساوية فى الطول والعكس صحيح.
3. الوتران المتوازيان فى الدائرة يحصران قوسين متساويين فى القياس.
4. القوسان المحصوران بين وتر ومماس يوازيه فى الدائرة متساويان فى القياس.

الزاوية المحيطية

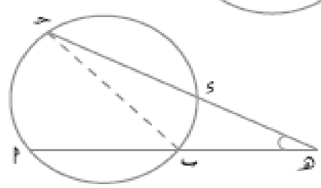
- هى الزاوية التى رأسها على الدائرة ويحمل كل ضلع من ضلعيها وترًا فى هذه الدائرة.
- قياسها = $\frac{1}{2}$ قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى نفس القوس.
- المرسومة فى نصف دائرة تكون قائمة.
- قياسها = $\frac{1}{2}$ قياس القوس المقابل لها.

تمرين مشهور (١)



ق (∠ أ هـ حـ) = $\frac{1}{2}$ [ق (أ حـ⌢) + ق (ء ب⌢)]

تمرين مشهور (٢)



ق (∠ هـ) = $\frac{1}{2}$ [ق (أ حـ⌢) − ق (ء ب⌢)]

الشكل الرباعى الدائرى

- الزاوية المحيطية التى تحصر نفس القوس فى الدائرة الواحدة متساوية فى القياس.
- الزوايا المحيطية التى تحصر أقواسًا متساوية فى القياس فى الدائرة الواحدة (أو فى عدة دوائر) متساوية فى القياس.
- إذا تساوى قياسا زاويتين مرسومتين على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها فإنه تمر برأسيهما دائرة واحدة تكون هذه القاعدة وترًا فيها.
- الشكل الرباعى الدائرى هو شكل رباعى تنتمى رءوسه الأربعة إلى دائرة واحدة.
- إذا كان الشكل الرباعى دائريًا فإن كل زاويتين متقابلتين فيه متكاملتان.
- قياس الزاوية الخارجة عند أى رأس من رءوس الشكل الرباعى الدائرى يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة لها.
- إذا وجدت زاويتان متقابلتان متكاملتان فى شكل رباعى كان هذا الشكل رباعيًا دائريًا.
- إذا وجدت زاوية خارجة عند رأس من رءوس شكل رباعى قياسها يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة لهذا الرأس كان الشكل رباعيًا دائريًا.

- القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة متساويتان فى الطول.
- المستقيم المار بمركز الدائرة ونقطة تقاطع مماسين لها يكون محورًا لوتر التماس لهذين المماسين.
- المستقيم المار بمركز الدائرة ونقطة تقاطع مماسين لها ينصف الزاوية بين هذين المماسين كما ينصف الزاوية بين نصفى القطرين المارين بنقطتى التماس.

عدد المماسات المشتركة

- مركز الدائرة الداخلة لأى مثلث هو نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلة.

وضع الدائرتين	عدد المماسات المشتركة
الدائرتان متباعدتان	٤
الدائرتان متماستان من الخارج	٣
الدائرتان متماستان من الداخل	١
الدائرتان متقاطعتان	٢
الدائرتان متداخلتان	صفر

الزاوية المماسية

- الزاوية المماسية هى الزاوية المكونة من اتحاد شعاعين، أحدهما مماس للدائرة، والآخر يحمل وترًا فى الدائرة يمر بنقطة التماس.
- قياس الزاوية المماسية يساوى قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها فى القوس.
- قياس الزاوية المماسية يساوى نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس.
- الزاوية المماسية تكمل الزاوية المحيطية المرسومة على وتر الزاوية المماسية وفى جهة واحدة منه.
- إذا رسم شعاع من أحد طرفى وتر فى دائرة بحيث كان قياس الزاوية المحصورة بين هذا الشعاع والوتر يساوى قياس الزاوية المحيطية المرسومة على نفس الوتر من الجهة الأخرى فإن هذا الشعاع يكون مماسًّا للدائرة.
- الدائرة الداخلة لمضلع هى الدائرة التى تمس جميع أضلاعه من الداخل.

أسئلة مراجعة لليلة الامتحان

(١) اختر الإجابة الصحيحة:

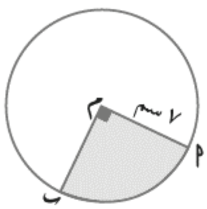
١ م، ں دائرتان متقاطعتان فى نقطتين وطولا نصفى قطريهما ٣ سم، ٥ سم فإن م ں ∋ …………

(أ)]٨ ، ∞[(ب)]٢ ، ∞[(جـ)]٠ ، ٢[(د)]٢ ، ٨[

٢ أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى فيه ں(∠أ) = ٣ ں(∠ حـ) فإن ں(∠أ) = …………°

(أ) ٩٠ (ب) ٤٥ (جـ) ١٣٥ (د) ١٢٠

٣ فى الشكل المقابل:



$\overline{مأ}$ ، $\overline{مب}$ نصفا قطرين متعامدين فى الدائرة م التى طول نصف قطرها ٧ سم فإن محيط الشكل المظلل ≃ ………… سم. $(\pi \simeq \frac{٢٢}{٧})$

(أ) ١٤ (ب) ١١ (جـ) $٣٨\frac{١}{٢}$ (د) ٢٥

٤ طول القوس الذى يحصر زاوية محيطيه قياسها ٤٥° فى دائرة طول نصف قطرها ٧سم = ………… سم $(\pi \simeq \frac{٢٢}{٧})$.

(أ) ١١ (ب) ٢٢ (جـ) ٤٤ (د) ٨٨

٥ القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة ………… فى الطول.

(أ) متوازيتان (ب) متعامدتان (جـ) متساويتان (د) متخالفتان

٦ الزاوية المحيطية التى تقابل قوسًا أصغر فى الدائرة تكون …………

(أ) منعكسة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) حادة

٧ مركز الدائرة المارة برءوس المثلث هو نقطة تقاطع …………

(أ) ارتفاعاته (ب) متوسطاته (جـ) محاور تماثل أضلاعه (د) منصفات زواياه الداخلة

٨ الزاوية المماسية هى زاوية محصورة بين ………… فى الدائرة.

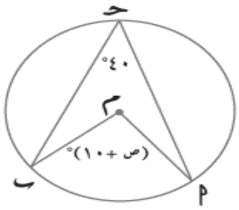
(أ) وترين (ب) مماسين (جـ) وتر ومماس (د) وتر وقطر

٩ دائرة محيطها ٦ π سم، المستقيم ل يبعد عن مركزها ٣سم، فإن المستقيم ل يكون …………

(أ) مماسًا للدائرة (ب) قاطعًا للدائرة (جـ) خارج الدائرة (د) قطرًا للدائرة

١٠ فى الشكل المقابل: دائرة مركزها م، إذا كان ق (∠ حـ) = ٤٠°،

ق (∠ أ م ب) = (ص + ١٠)° فإن ص= ....



(ا) ٧٠ (ب) ٨٠

(جـ) ١٠٠ (د) ١٨٠

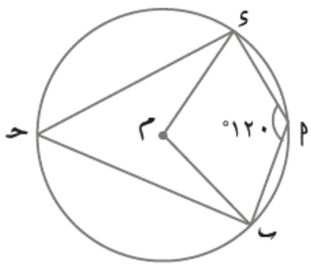
١١ عدد محاور التماثل لدائرتين متقاطعتين ومتطابقتين هو ....

(ا) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) عدد لا نهائى

١٢ فى الشكل المقابل:

إذا كان ق (∠ أ) = ١٢٠°

فإن ق (∠ ء م ب) = ...



(ا) ١٨٠° (ب) ١٢٠°

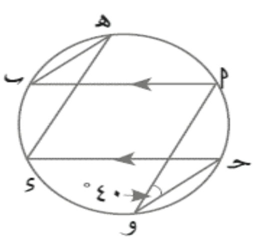
(جـ) ٩٠° (د) ٦٠°

١٣ قياس الزاوية المركزية المرسومة فى $\frac{1}{3}$ دائرة = ...°

(ا) ٢٤٠ (ب) ١٢٠ (جـ) ٦٠ (د) ٣٠

١٤ فى الشكل المقابل:

أب // حـء، ق(∠ أ و حـ) = ٤٠°، فإن ق(∠ ء هـ ب) = ...



(ا) ٥٠° (ب) ٤٠°

(جـ) ٣٠° (د) ٤٥°

١٥ الزاوية المحيطة المرسومة فى نصف دائرة ....

(ا) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) مستقيمة

١٦ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج ....

(ا) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

١٧ يمكن رسم دائرة تمر برءوس ....

(ا) مستطيل (ب) معين (جـ) شبه منحرف (د) متوازى أضلاع

١) فى الشكل المقابل:

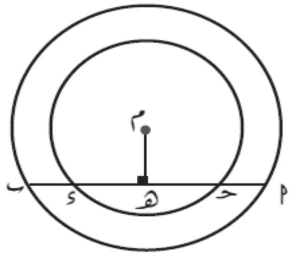
دائرتان متحدتا المركز م، أ ب وتر فى الدائرة الكبرى،

ويقطع الدائرة الصغرى فى حـ، ء ،

أ ب = ١٦ سم، م هـ = ٦ سم.

(ا) أثبت أن أ حـ = ء ب

(ب) أوجد طول نصف قطر الدائرة الكبرى.

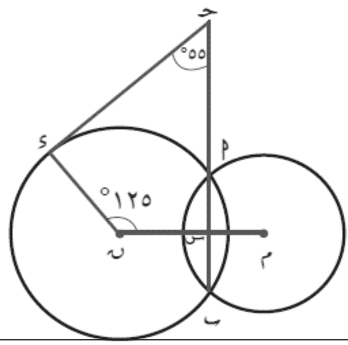


٢) فى الشكل المقابل: م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

حـ ∈ ب أ ، ء ∈ الدائرة ن،

ق (∠ م ن ء) = ١٢٥°، ق (∠ ب حـ ء) = ٥٥°

أثبت أن حـ ء مماس للدائرة ن عند ء.



٣) أ ب ، أ حـ وتران فى الدائرة م ، م س ⊥ أ ب ، ص منتصف أ حـ ،

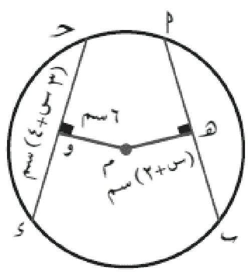
، ق (∠ أ ب حـ) = ٧٥°، م س = م ص

أولًا: أوجد ق (∠ ب أ حـ)   ثانيًا: أثبت أن: محيط △ أ س ص = $\frac{١}{٢}$ محيط △ أ ب حـ

٤) فى الشكل المقابل:

أ ب = حـ ء ، م و = ٦ سم، م هـ = (س + ٢) سم

حـ ء = (٣ س + ٤) سم ، أوجد قيمة: س وطول حـ ء



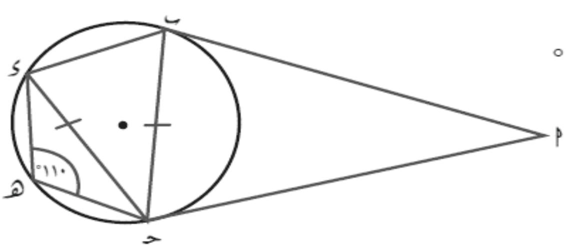
٥) أوجد قياس القوس الذى يمثل $\frac{١}{٣}$ الدائرة. ثم احسب طول هذا القوس إذا كان طول نصف قطر الدائرة ٧ سم. (حيث $\pi \simeq \frac{٢٢}{٧}$)

٦) فى الشكل المقابل:

أ ب ، أ حـ قطعتان مماستان ق (∠ ء هـ حـ) = ١١٠°

، ب حـ = حـ ء أثبت أن :

(١) ق (∠ أ ب حـ) = ق (∠ ء ب حـ)



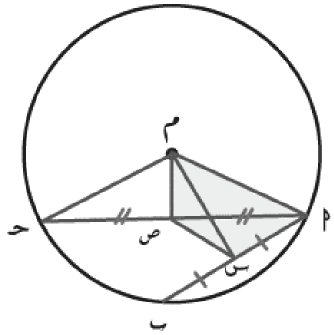
١٣) فى الشكل المقابل:

دائرة مركزها م ، س، ص منتصفا $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{أجـ}}$ على الترتيب.

أثبت أن: أولًا: الشكل أ س ص م رباعى دائرى.

ثانيًا: ق(∠م س ص) = ق(∠م جـ ص)

ثالثًا: $\overline{\text{أم}}$ قطر فى الدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص ، م



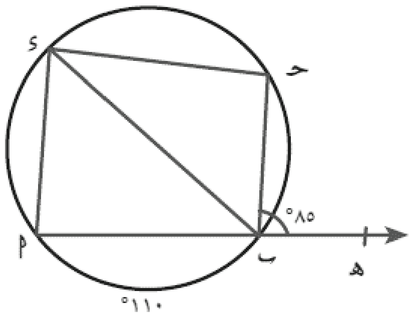
---

١٤) فى الشكل المقابل:

هـ ∈ $\overleftarrow{\text{أب}}$ ، هـ ∉ $\overline{\text{أب}}$ ، ق($\overset{\frown}{\text{أب}}$) = ١١٠°

ق(∠جـ ب هـ) = ٨٥°

أوجد: ق(∠ء ب جـ)

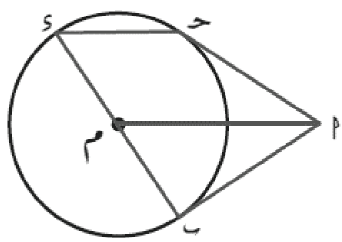


---

١٥) فى الشكل المقابل:

$\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{أجـ}}$ قطعتان مماستان للدائرة م، $\overline{\text{بء}}$ قطر فى الدائرة.

أثبت أن: $\overline{\text{أم}}$ // $\overline{\text{جـء}}$



---

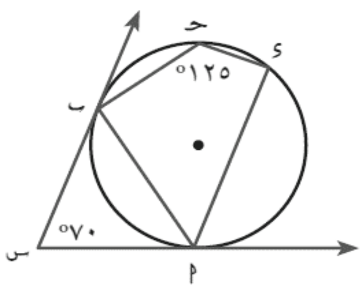
١٦) فى الشكل المقابل:

$\overleftarrow{\text{س أ}}$ ، $\overleftarrow{\text{س ب}}$ مماسان للدائرة عند أ ، ب ،

ق(∠أ س ب) = ٧٠° ، ق(∠ء جـ ب) = ١٢٥°

أثبت أن: أولًا: $\overleftarrow{\text{أب}}$ ينصف (∠ء أ س)

ثانيًا: $\overleftarrow{\text{أء}}$ // $\overleftarrow{\text{س ب}}$



---

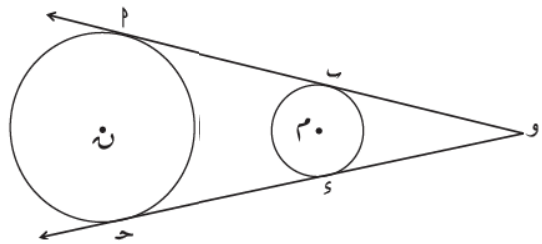
١٧)

فى الشكل المقابل:

$\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{جـء}}$ كل منهما مماس مشترك خارجى

للدائرتين م، ن ، $\overleftarrow{\text{أب}}$ ∩ $\overleftarrow{\text{جـء}}$ = {و}

أثبت أن: أب = جـء



اختبار (١)

❶ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) مساحة المعين الذى طولا قطريه ٦ سم ، ٨سم تساوى .... سم^{٢}.

(أ) ٢ (ب) ١٤ (جـ) ٢٤ (د) ٤٨

(٢) م، ن دائرتان متباعدتان، فإذا كان طولا نصفى قطريهما ٨ سم ، ٦ سم على الترتيب فإن:

م ن .... ١٤ سم.

(أ) $>$ (ب) $<$ (جـ) $=$ (د) $\leq$

(٣) قياس الزاوية المحيطية يساوى .... قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى نفس القوس.

(أ) نصف (ب) ضعف (جـ) ربع (د) ثلث

(٤) طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية = ... طول الوتر.

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (جـ) $\sqrt{٢}$ (د) ٢

(٥) فى الشكل الرباعى الدائرى أ ب جـ د إذا كان ق (∠ أ) = $\frac{١}{٢}$ ق (∠ جـ)، فإن ق (∠ أ) = ...°

(أ) ٢٠ (ب) ٣٠ (جـ) ٦٠ (د) ١٢٠

(٦) الزاوية التى قياسها ٤٠° تتمم زاوية قياسها ....°.

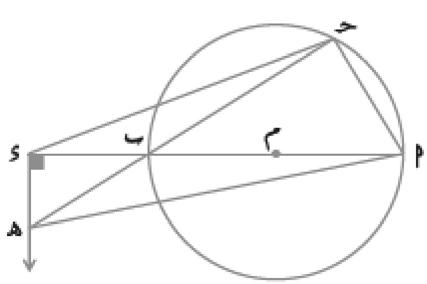
(أ) ٣٢٠ (ب) ١٤٠ (جـ) ٦٠ (د) ٥٠

---

❷ (أ) اذكر حالتين من حالات الشكل الرباعى الدائرى.

(ب) فى الشكل المقابل: $\overline{أب}$ قطر فى الدائرة م، د ∈ $\overleftrightarrow{أب}$ ، د ∉ $\overline{أب}$ ،

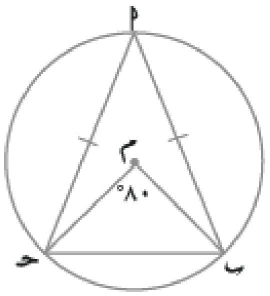
رسم $\overleftrightarrow{دهـ} \perp \overleftrightarrow{أب}$. جـ ∈ $\overset{\frown}{أب}$ ، $\overleftrightarrow{جـب} \cap \overleftrightarrow{دهـ} = \{هـ\}$



(١) أوجد ق (∠ أ جـ ب) .

(٢) أثبت أن الشكل أ جـ د هـ رباعى دائرى.

٣ (أ) أوجد قياس القوس الذى يمثل $\frac{1}{3}$ قياس الدائرة.



(ب) فى الشكل المقابل:

Δ أ ب ح مرسوم داخل الدائرة م، أ ب = أ ح،

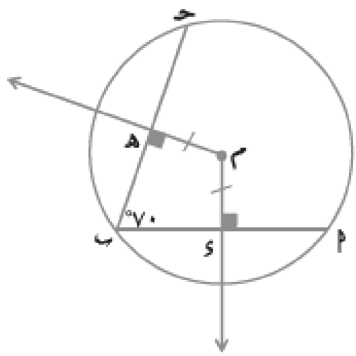
ق (∠ ب م ح) = ٨٠° أوجد:

(١) ق (∠ أ ب ح).

(٢) ق (⌒ ب ح) الأكبر.

---

٤ (أ) فى الشكل المقابل:



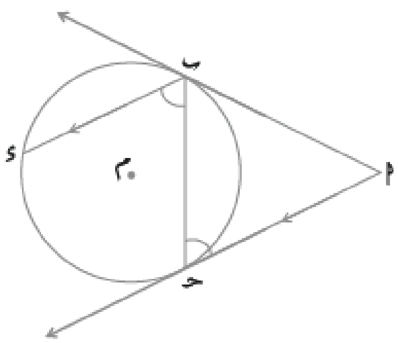
أ ب ، ب ح وتران فى الدائرة م ، م ء ⊥ أ ب، م هـ ⊥ ح ب،

م ء = م هـ، ق (∠ أ ب ح) = ٧٠°

(١) أوجد: ق (∠ ء م هـ)

(٢) أثبت أن: أ ب = ح ب

(ب) فى الشكل المقابل:



أ ب ، أ ح مماسان للدائرة م فى ب، ح

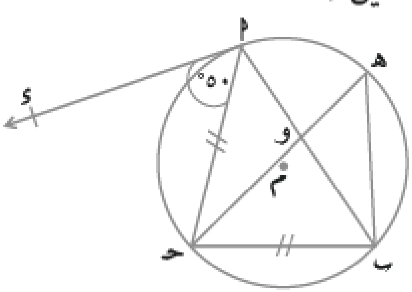
، ب ء // أ ح

برهن أن: ب ح ينصف ∠ أ ب ء

---

٥ (أ) باستخدام أدواتك الهندسية ارسم أ ب طولها ٦ سم، ثم ارسم دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب وطول نصف قطرها ٤ سم. ما طول نصف قطر أصغر دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب ؟

(ب) فى الشكل المقابل:



دائرة مركزها م، أ ح = ب ح،

أ ء مماس للدائرة عند أ ، ق (∠ ح أ ء) = ٥٠°

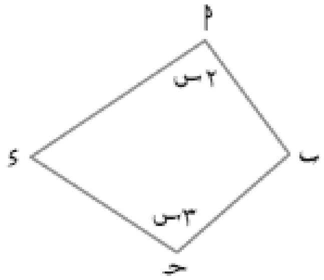
(١) أوجد: ق (∠ أ ب ح)، ق (∠ ب هـ ح)

(٢) أثبت أن: ب ح تمس الدائرة المارة برءوس المثلث ب هـ و

اختبار (٢)

❶ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) فى الشكل المقابل:



أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى ق (∠ أ) = ٢ س،

ق (∠ حـ) = ٣ س فإن قيمة س = ... °

(أ) ٢٠ (ب) ٣٠ (جـ) ٣٢ (د) ٣٦

(٢) إذا كانت النسبة بين محيطى مربعين ١ : ٢ فإن النسبة بين مساحتيهما = ...

(أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ١ (جـ) ١ : ٤ (د) ٤ : ١

(٣) قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة = ... °

(أ) ٤٥ (ب) ٩٠ (جـ) ١٢٠ (د) ١٨٠

(٤) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين ....

(أ) متطابقين (ب) متساويين فى المساحة

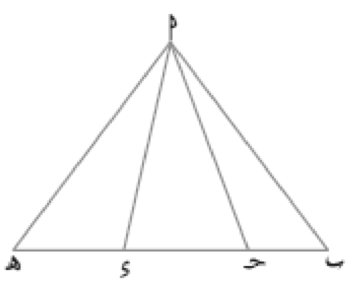
(جـ) متساويى الساقين (د) قائمى الزاوية

(٥) إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الداخل وطولا نصفى قطريهما ٣ سم، ٥ سم

فإن م ن = ... سم

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ٢ (د) ٨

(٦) عدد المثلثات فى الشكل المقابل يساوى ....



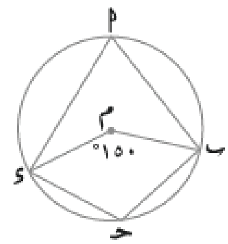
(أ) ٣ (ب) ٤

(جـ) ٥ (د) ٦

٢ (أ) فى الشكل المقابل:

دائرة مركزها م ، ق (∠ ب م ء) = ١٥٠°

أوجد بالبرهان ق (∠ حـ) .



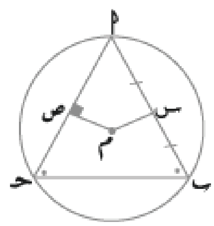
(ب) فى الشكل المقابل:

أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة م

فيه ق (∠ ب) = ق (∠ حـ)، س منتصف $\overline{\text{أ ب}}$

، $\overline{\text{م ص}} \perp \overline{\text{أ حـ}}$

أثبت أن: م س = م ص

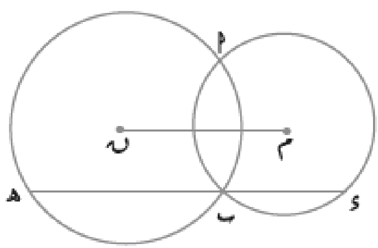


٣ (أ) فى الشكل المقابل:

م، ن دائرتان متقاطعتان

فى أ ، ب ، رسم $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ // $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$

ويقطع الدائرتين فى ء ، هـ أثبت أن ء هـ = ٢ م ن

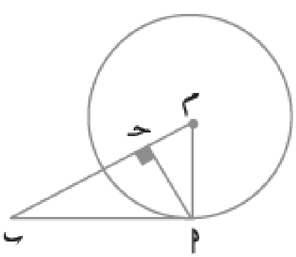


(ب) فى الشكل المقابل:

$\overleftarrow{\text{أ ب}}$ مماس للدائرة م عند أ

، م أ = ٨ سم، ق (∠ أ ب م) = ٣٠°

أوجد طول: $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$.



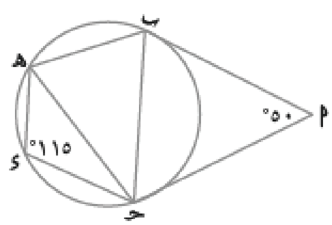
٤ (أ) فى الشكل المقابل:

$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، حـ

ق (∠ أ) = ٥٠°، ق (∠ حـ ء هـ) = ١١٥°

أثبت أن: (١) $\overleftarrow{\text{ب حـ}}$ ينصف ∠ أ ب هـ

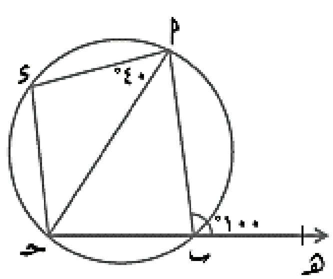
(٢) حـ ب = حـ هـ



(ب) فى الشكل المقابل:

ق (∠ أ ب هـ) = ١٠٠°، ق (∠ حـ أ ء) = ٤٠°

أثبت أن: ق ($\overset{\frown}{\text{حـ ء}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{أ ء}}$)

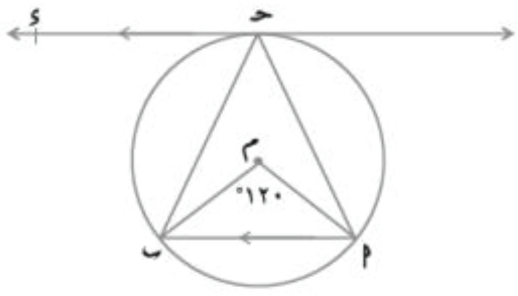


(أ) في الشكل المقابل:

$\overleftrightarrow{حـ ء}$ مماس للدائرة عند حـ،

$\overleftrightarrow{حـ ء} \parallel \overline{أ ب}$ ، ق (∠ أ م ب) = ١٢٠°

أثبت أن المثلث: حـ أ ب متساوى الأضلاع.

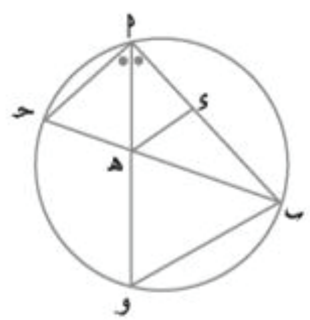


(ب) في الشكل المقابل:

أ حـ = أ ء، $\overleftarrow{أ هـ}$ ينصف ∠ أ

ويقطع $\overline{ب حـ}$ في هـ و يقطع الدائرة في و

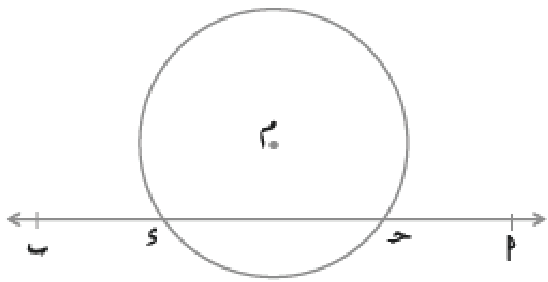
أثبت أن الشكل ب ء هـ و رباعى دائرى.



اختبار (٣)

❶ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) في الشكل المقابل:



$\overleftrightarrow{أب}$ ∩ سطح الدائرة م = ...

(أ) {حـ ، ء} (ب) $\overline{حـء}$

(جـ) $\overleftrightarrow{حـء}$ (د) ∅

(٢) ∠أ ، ∠ب زاويتان متتامتان، ∠ب، ∠حـ زاويتان متكاملتان وكان ق (∠أ)= ٣٠°

فإن ق (∠حـ) = ...°

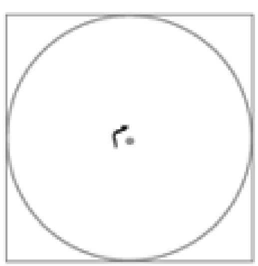
(أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٩٠ (د) ١٢٠

(٣) إذا كان سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن={أ}، وطول نصف قطر أحدهما ٣ سم،

م ن = ٨ سم فإن طول نصف قطر الدائرة الأخرى= .... سم.

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ١١ (د) ١٦

(٤) في الشكل المقابل:



إذا كان طول ضلع المربع = ١٠ سم

فإن مساحة الدائرة = ... سم^٢

(أ) ١٠٠ π (ب) ٢٥ π

(جـ) ٥٠ π (د) ٤٠ π

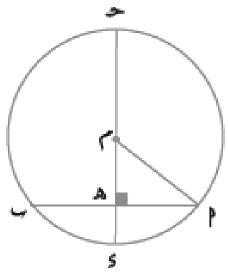
(٥) يمكن رسم دائرة تمر برءوس ....

(أ) معين (ب) متوازي أضلاع (جـ) شبه منحرف (د) مستطيل

(٦) معين إذا كان طولا قطريه ١٢ سم، ١٦ سم فإن طول ضلعه يساوي .... سم.

(أ) ٦ (ب) ٨ (جـ) ١٠ (د) ٢٠

❷ (أ) فى الشكل المقابل:



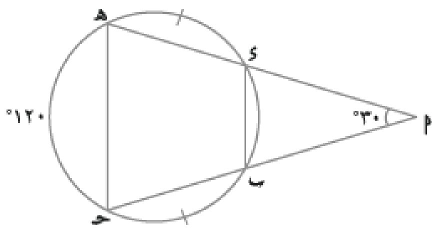
حـ ء قطر فى الدائرة م، أ ب = ١٠ سم،

م هـ ⊥ أ ب ، ق (∠ أ م ء) = ٣٠°

أوجد: طول حـ ء

(ب) أ ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة، هـ نقطة خارجها. رسم هـ أ ، هـ ب مماسين للدائرة عند أ ، ب ، فإذا كان ق (∠ أ هـ ب) = ٧٠°، ق (∠ أ ء حـ) = ١٢٥° فأثبت أن: أ ب = أ حـ

❸ (أ) فى الشكل المقابل:



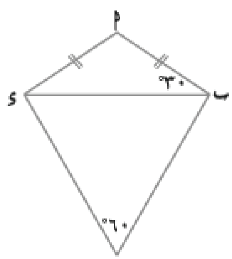
ق(∠أ) = ٣٠°، ق (هـ حـ⌒) = ١٢٠°،

ق (ب حـ⌒) = ق (ء هـ⌒) ،

(١) أوجد: ق (ء ب⌒) الأصغر

(٢) أثبت: أن أ ب = أ ء

(ب) فى الشكل المقابل:

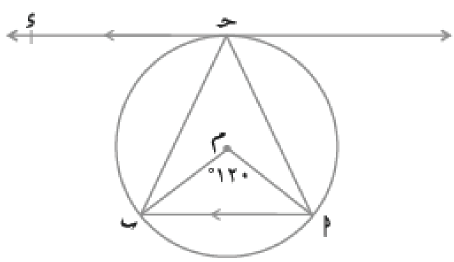


أ ب حـ ء شكل رباعى فيه أ ب = أ ء،

ق (∠ أ ب ء) = ٣٠°، ق (∠ حـ) = ٦٠°

أثبت أن الشكل أ ب حـ ء رباعى دائرى.

❹ (أ) فى الشكل المقابل:



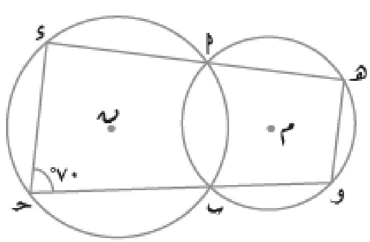
حـ ء مماس للدائرة عند حـ ، حـ ء // أ ب

ق (∠ أ م ب) = ١٢٠°

أثبت أن Δ حـ أ ب متساوى الأضلاع.

(ب) فى الشكل المقابل:

م، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب



رسم أ ء يقطع الدائرة م فى هـ، الدائرة ن فى ء

ورسم ب حـ يقطع الدائرة م فى و،الدائرة ن فى حـ

فإذا كانت ق (∠ حـ) = ٧٠°،

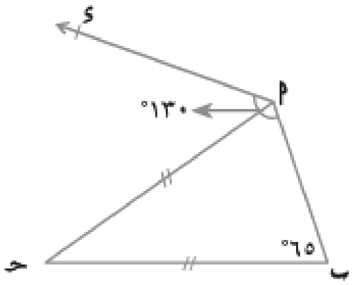
فأثبت أن: هـ و // ء حـ

٥ (أ) في الشكل المقابل:

أ حـ = ب حـ ، ق (∠ أ ب حـ) = ٦٥°،

ق (∠ د أ ب) = ١٣٠°،

أثبت أن: $\overleftrightarrow{\text{أ د}}$ مماس للدائرة المارة برءوس △ أ ب حـ

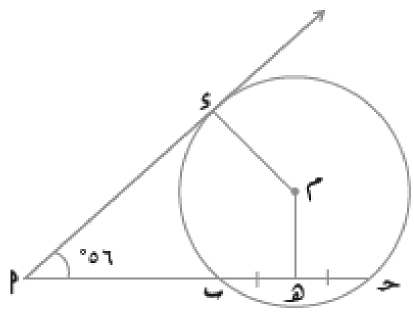


(ب) في الشكل المقابل:

$\overleftrightarrow{\text{أ د}}$ مماس للدائرة م ، $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ يقطع الدائرة م في ب ، حـ

، ق (∠ أ) = ٥٦°، هـ منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$

أوجد بالبرهان: ق (∠ د م هـ)



اختبار (٤)

١ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) فى المثلث ؟ ب حـ إذا كان $(؟ب)^٢ > (ب حـ)^٢ + (؟ حـ)^٢$ فإن ∠ حـ تكون ....

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) مستقيمة

(٢) إذا كان م، ن دائرتين متقاطعتين طولا نصفى قطريهما ٥ سم، ٢سم، فإن م ن ∋ ....

(أ)]٣ ، ٧[(ب) [٣ ، ٧] (جـ)]٣ ، ٧[(د) [٣ ، ٧]

(٣) إذا كان Δ ؟ ب حـ ~ Δ س ص ع، ق (∠ ؟) = ٥٠°، ق (∠ ب) = ٦٠°،

فإن ق (∠ ع) = ...°

(أ) ٩٠ (ب) ١١٠ (جـ) ١٠ (د) ٧٠

(٤) قياس الزاوية المركزية التى تقابل قوسًا طوله $\frac{١}{٣}$ π نق يساوى ....°

(أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (جـ) ١٢٠ (د) ٢٤٠

(٥) ؟ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، فإذا كان $\overline{ب ء} \perp \overline{؟ حـ}$ حيث $\overline{ب ء} \cap \overline{؟ حـ} = \{ء\}$

فإن مسقط $\overline{ب ء}$ على $\overleftrightarrow{؟ حـ}$ هو ....

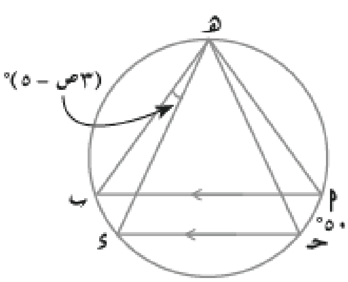
(أ) {؟} (ب) {ب} (جـ) {حـ} (د) {ء}

(٦) إذا كان ؟ ب حـ ء شكلًا رباعيًا دائريًا فإن ق (∠ ب ؟ حـ) = ق (∠ ....)

(أ) (ب حـ ؟) (ب) (ء ب ؟) (جـ) (ب ء حـ) (د) (؟ حـ ء)

---

٢ (أ) فى الشكل المقابل:



$\overline{؟ ب} // \overline{حـ ء}$ ، ق $(\overset{\frown}{؟ حـ}) = ٥٠°$،

ق (∠ ب هـ ء) = (٣ص - ٥)°

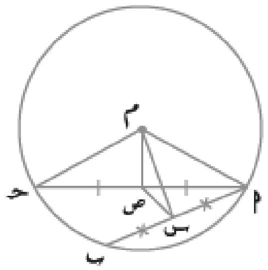
أوجد قيمة: ص

(ب) باستخدام أدواتك الهندسية ارسم $\overline{؟ ب}$ طولها ٤ سم، ثم ارسم دائرة تمر بالنقطتين ؟، ب

طول قطرها ٥ سم. ما عدد الدوائر الممكنة؟ (لا تمح الأقواس)

---

③ (أ) في الشكل المقابل: دائرة مركزها م.



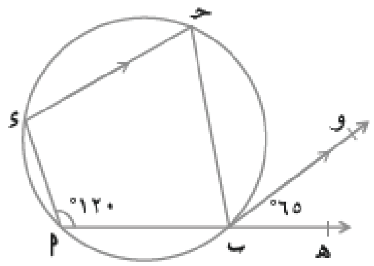
إذا كان س ، ص منتصفي أ ب ، أ حـ على الترتيب.

فأثبت أن:

(١) أ س ص م رباعي دائري.

(٢) ق (∠ م س ص) = ق (∠ م حـ ص)

(ب) في الشكل المقابل:



ق (∠ أ) = ١٢٠°، ق (∠ هـ ب و) = ٦٥°

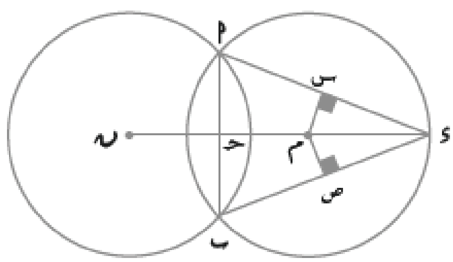
ء حـ // ب و

أوجد مع البرهان:

(١) ق (∠ حـ) (٢) ق (∠ ء)

---

④ (أ) في الشكل المقابل:



الدائرة م ∩ الدائرة ن = {أ ، ب}،

أ ب ∩ م ن = {حـ}، ء ∈ م ن ، م س ⊥ أ ء ،

م ص ⊥ ب ء أثبت أن: م س = م ص

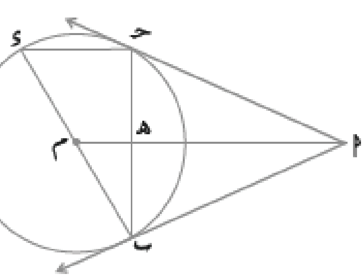
(ب) أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة، أ ء مماس للدائرة عند أ، س ∈ أ ب ، ص ∈ أ حـ

حيث س ص // ب حـ

أثبت أن: أ ء مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص

---

⑤ (أ) في الشكل المقابل:

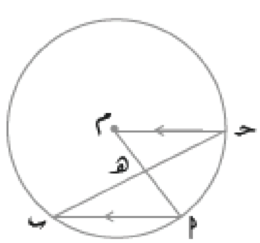


أ ب ، أ حـ قطعتان مماستان للدائرة م،

أ م ∩ حـ ب = {هـ} ، ب ء قطر في الدائرة،

أثبت أن: أ م // حـ ء.

(ب) في الشكل المقابل:



أ ب وتر في الدائرة م، حـ م // أ ب ،

ب حـ ∩ أ م = {هـ}، أثبت أن: ب هـ > أ هـ

اختبار (٥)

١ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) محور تماثل الدائرة هو ....

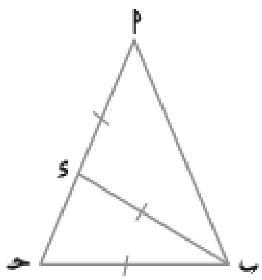
(أ) القطر (ب) الوتر

(جـ) المستقيم المار بالمركز (د) المماس

(٢) فى المثلث س ص ع إذا كان $(س ص)^٢ - (ص ع)^٢ > (س ع)^٢$ فإن (∠ص) تكون ....

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) منعكسة

(٣) فى الشكل المقابل:



إذا كان أ ب = أ حـ ، ب حـ = ب ء = ء أ فإن ق (∠أ) = ... °.

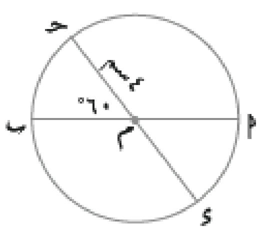
(أ) ٣٠ (ب) ٣٦

(جـ) ٤٥ (د) ٧٢

(٤) أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى فيه ق (∠أ) = ٢ ق (∠حـ)، فإن ق (∠حـ) = ... °.

(أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٩٠ (د) ١٢٠

(٥) فى الشكل المقابل:



م دائرة، م حـ = ٤ سم، ق (∠حـ م ب) = ٦٠°

فإن طول القوس (ب ء) = ... سم

(أ) ٤ π (ب) ٨ π

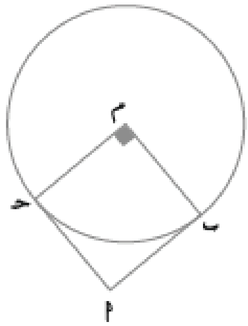
(جـ) $\frac{٨}{٣}$ π (د) ١٦ π

(٦) إذا كان ص ∈ $\overline{س ع}$ وكان س ص = ٢ ص ع فإن مساحة المربع المرسوم على $\overline{س ص}$ = ...

مساحة المربع المرسوم على $\overline{س ع}$

(أ) $\frac{٩}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٩}$ (جـ) ٢ (د) $\frac{١}{٢}$

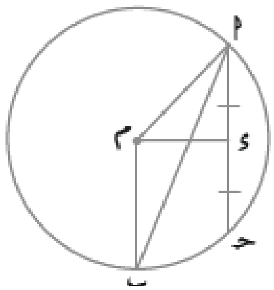
٢ (أ) في الشكل المقابل:



أ ب ، أ حـ قطعتان مماستان للدائرة م عند ب، حـ،

و (∠ ب م حـ) = ٩٠° أثبت أن: الشكل أ ب م حـ مربع.

(ب) في الشكل المقابل:

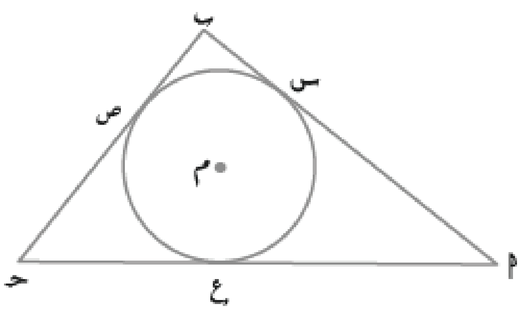


أ حـ وتر في الدائرة م، أ ب ينصف (∠ حـ أ م)

ء منتصف أ حـ. برهن أن: م ء ⊥ م ب .

---

٣ (أ) في الشكل المقابل:



أ ب ، ب حـ ، حـ أ مماسات للدائرة م

عند س، ص ، ع على الترتيب فإذا كان أ حـ = ١٠ سم،

أ س = ٦ سم، محيط △ أ ب حـ = ٢٤ سم. فأوجد:

(١) طول أ ب (٢) نوع △ أ ب حـ بالنسبة لزواياه.

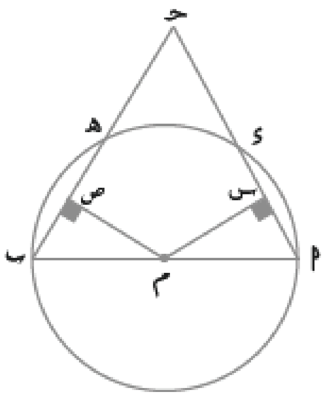
(ب) المثلث أ ب حـ مرسوم داخل دائرة، س ∈ ⌒أ ب، ص ∈ ⌒أ حـ بحيث و (⌒أ س) = و (⌒أ ص)

حـ س ∩ أ ب = {ء}، ب ص ∩ أ حـ = {هـ}

أثبت أن: (١) الشكل ب حـ هـ ء رباعي دائري.

(٢) و (∠ ء هـ ب) = و (∠ س أ ب)

٤ (أ) فى الشكل المقابل:

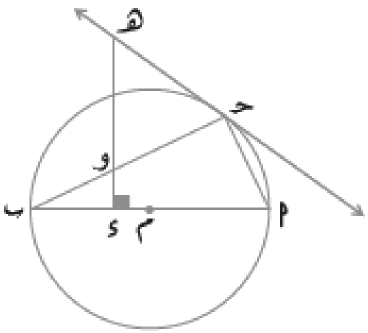


$\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م ، حـ أ = حـ ب ،

$\overline{\text{م س}}$ $\perp$ $\overline{\text{ء أ}}$ ، $\overline{\text{م ص}}$ $\perp$ $\overline{\text{هـ ب}}$

أثبت أن: حـ هـ = حـ ء

(ب) فى الشكل المقابل:



$\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م، $\overleftrightarrow{\text{حـ هـ}}$ مماس للدائرة عند حـ،

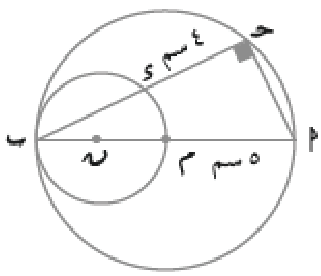
رسم $\overline{\text{هـ ء}}$ $\perp$ $\overline{\text{أ ب}}$ بحيث $\overline{\text{هـ ء}}$ $\cap$ $\overline{\text{حـ ب}}$ = {و}.

أثبت أن: (١) الشكل أ ء و حـ رباعى دائرى.

(٢) المثلث هـ حـ و متساوى الساقين.

---

٥ (أ) فى الشكل المقابل:

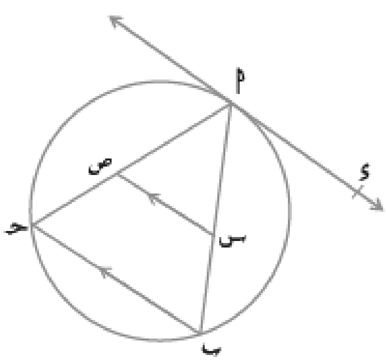


م، ن دائرتان متماستان من الداخل عند ب

أ م = ٥سم ، حـ ء = ٤ سم.

أوجد بالبرهان: طول $\overline{\text{أ حـ}}$.

(ب) فى الشكل المقابل:



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة،

$\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ مماس للدائرة عند أ ، $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$.

أثبت أن: $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص.

الأضواء

الرياضيات

الصف 3 الاعدادى

إجابات
مراجعة ليلة الامتحان 2022
(هندسة)

إجابة أسئلة مراجعة ليلة الامتحان

(١)

١) [٢ ، ٨[٢) ١٣٥ ٣) ٢٥ ٤) ١١ ٥) متساويتان ٦) حادة

٧) محاور تماثل أضلاعه ٨) وتر ومماس ٩) مماساً للدائرة ١٠) ٧٠ ١١) ٢

١٢) ١٢٠ ١٣) ١٢٠ ١٤) ٤٠ ١٥) قائمة ١٦) ٣ ١٧) مستطيل

---

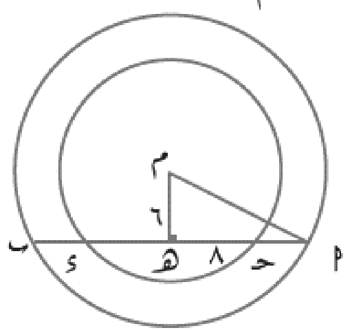
١) (أ) ∵ م هـ ⊥ أ ب

∴ هـ أ = هـ ب (نتيجة) ١

، هـ جـ = هـ د (نتيجة) ٢

∴ هـ أ − هـ جـ = هـ ب − هـ د ∴ أ جـ = د ب

(ب) ∵ أ ب = ١٦ سم ∴ أ هـ = ٨ سم



فى △ أ هـ م باستخدام نظرية فيثاغورث

أ م = $\sqrt{٣٦ + ٦٤}$ = ١٠ سم

∴ طول نصف قطر الدائرة الكبرى = ١٠ سم

---

٢) ∵ أ ب هو وتر مشترك للدائرتين م ، ن

∴ أ ب ⊥ م ن ∴ ق(∠ أ س ن) = ٩٠°

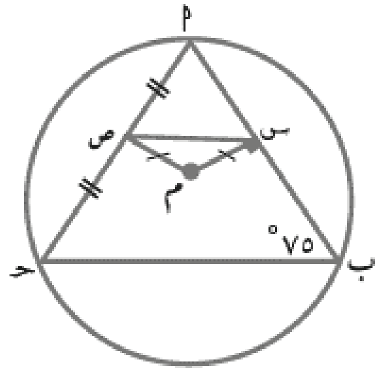
فى الشكل الرباعى جـ س ن د:

ق(∠ جـ د ن) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٥٥° + ١٢٥°) = ٩٠°

∴ ق(∠ جـ د ن) = ٩٠° ∴ جـ د ⊥ ن د من نقطة د

∴ جـ د قطعة مماسة للدائرة ن عند د .

٣)



أولًا: ∵ ص فى منتصف $\overline{\text{أ ح}}$ ∴ $\overline{\text{م ص}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ح}}$

∵ م س = م ص   ∴ أ ب = أ ح

∴ Δ أ ب ح متساوى الساقين

∴ ق (∠ ب) = ق (∠ ح) = ٧٥°

∴ ق (∠ ب أ ح) = ١٨٠° − (٧٥° + ٧٥°) = ٣٠°

ثانيًا: ∵ $\overline{\text{م س}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$ ∴ س منتصف $\overline{\text{أ ب}}$

أ س = $\frac{١}{٢}$ أ ب   ← ١

∵ ص منتصف $\overline{\text{أ ح}}$

أ ص = $\frac{١}{٢}$ أ ح   ← ٢

، س ص = $\frac{١}{٢}$ ب ح   ← ٣

من ١ ، ٢ ، ٣

∴ أ س + أ ص + س ص = $\frac{١}{٢}$ (أ ب + أ ح + ب ح)

∴ محيط Δ أ س ص = $\frac{١}{٢}$ محيط Δ أ ب ح

٤) ∵ أ ب = حـ ء   ∴ م هـ = م و

∴ س + ٢ = ٦   ∴ س = ٤

∴ حـ ء = ٣ (٤) + ٤ = ١٦ سم.

---

٥) قياس القوس = $\frac{١}{٣}$ × ٣٦٠° = ١٢٠°

طول القوس = $\frac{١}{٣}$ × ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ٧ ≃ $\frac{٤٤}{٣}$ سم

---

٦) (أ) ∵ ق (∠ أ ب حـ) = ق (∠ ب ء حـ)

∵ ق (∠ ء ب حـ) = ق (∠ ب ء حـ)

∴ ق (∠ أ ب حـ) = ق (∠ ء ب حـ)

(ب) ∵ ب حـ هـ ء رباعي دائري

∴ ق (∠ ء ب حـ) = ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠°

∴ ق (∠ أ ب حـ) = ٧٠°

∴ ق (∠ أ) = ١٨٠° − (٧٠° + ٧٠°) = ٤٠°

---

٧) ∵ أ ب حـ ء مستطيل

∴ $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ∴ ق (⌒ أ ب) = ق (⌒ حـ ء)

∵ حـ ء = حـ هـ   ∴ ق (⌒ حـ ء) = ق (⌒ هـ حـ)

∴ ق (⌒ أ ب) = ق (⌒ هـ حـ)

بإضافة ق (⌒ ب هـ) إلى كل منهما

ق (⌒ أ ب هـ) = ق (⌒ ب هـ حـ)   ∴ أ هـ = ب حـ

٨) ∵ أب قطر فى الدائرة

∴ ق(⌒أجـب) = ١٨٠°،

∵ أب // جـد

∴ ق(⌒أجـ) = ق(⌒بد) = (١٨٠° − ٨٠°) ÷ ٢ = ٥٠°

∴ ق(∠هـ) = ١/٢ × ٥٠° = ٢٥°

---

٩) ∵ دهـ // بجـ

∴ ق(⌒دب) = ق(⌒هـجـ)

∴ ق(∠دأب) = ق(∠هـأجـ)

بإضافة ق(∠بأجـ) للطرفين

∴ ق(∠دأجـ) = ق(∠بأهـ)

---

١٠) ∵ أجـ قطر فى الدائرة م

∴ ق(∠جـبأ) = ٩٠°

∵ ق(∠أبد) = ٦٠°

∴ ق(∠جـبد) = ٩٠° − ٦٠° = ٣٠°

∵ ق(∠جـبد) = ق(∠جـأد) = ٣٠°

(محيطيتان مرسومتان على القوس ⌒جـد)

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث أبجـ = ١٨٠°

∴ ق(∠جـأب) = ١٨٠° − (٩٠° + ٥٠°) = ٤٠°

∴ ق(∠بأد) = ٣٠° + ٤٠° = ٧٠°

(١١) ∵ أ ب ح د متوازي أضلاع

∴ ق (∠ ب أ د) = ق (∠ ح) ← ①

∵ أ د = ب هـ ∴ ب هـ = ب ح

∴ ق (∠ ب هـ ح) = ق (∠ ح) ← ②

من ①، ② نستنتج أن:

ق (∠ ب أ د) = ق (∠ ب هـ د)

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة ب د في جهة واحدة منها.

∴ الشكل أ ب د هـ رباعي دائري.

---

(١٢) ∵ أ د مماس للدائرة عند أ .

∴ ق (∠ د أ ب) المماسية = ق (∠ ح) المحيطية ← ①

∵ س ص // ب ح

∴ ق (∠ أ ص س) = ق (∠ ح) بالتبادل ← ②

من ①، ②

∴ ق (∠ د أ ب) = ق (∠ أ ص س)

∴ أ د مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص

١٣) ∵ ص منتصف $\overline{\text{ﺃ ﺣ}}$

∴ $\overline{\text{ص م}} \perp \overline{\text{ﺣ ﺃ}}$

∴ ق (∠م ص ﺃ) = ٩٠° ← ❶

، ∵ س منتصف $\overline{\text{ﺃ ب}}$

∴ $\overline{\text{م س}} \perp \overline{\text{ب ﺃ}}$

∴ ق (∠م س ﺃ) = ٩٠° ← ❷

من ❶ ، ❷ نستنتج أن

ق (∠م ص ﺃ) = ق (∠م س ﺃ) = ٩٠°

∴ الشكل ﺃ س ص م رباعى دائرى (أولًا)

∴ ق (∠م ﺃ ص) = ق (∠م س ص)

فى Δ ﺃ م ﺣ

∵ م ﺃ = م ﺣ = نق

∴ ق (∠م ﺃ ﺣ) = ق (∠م ﺣ ﺃ)

∴ ق (∠م ﺣ ص) = ق (∠م س ص) (ثانيًا)

∵ ق (∠م ص ﺃ) = ٩٠°

∴ $\overline{\text{ﺃ م}}$ قطر فى الدائرة التى تمر بالنقط ﺃ ، س ، ص ، م (ثالثًا)

---

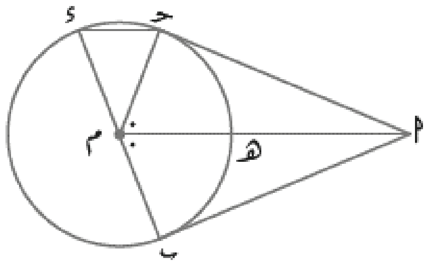
١٤) ∵ ﺃ ب ﺣ ء رباعى دائرى

∴ ق (∠ﺣ ء ﺃ) = ق (∠ﺣ ب ﮬ) = ٨٥°

∴ ق (∠ﺃ ء ب) = $\frac{١}{٢}$ ق ($\overset{\frown}{\text{ﺃ ب}}$) = $\frac{١}{٢}$ × ١١٠° = ٥٥°

∴ ق (∠ب ء ﺣ) = ٨٥° − ٥٥° = ٣٠°

١٥)



العمل: نرسم $\overline{\text{جـ م}}$

البرهان: ∵ $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ مماسان للدائرة م

∴ $\overleftrightarrow{\text{أ م}}$ ينصف ∠ ب م جـ

∴ ق (∠ ب م أ) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ب م جـ) ← ١

∵ ∠ ب م جـ المركزية ، ∠ ب د جـ المحيطية يشتركان في ق ($\frown$ ب هـ جـ)

∴ ق (∠ ب د جـ) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ب م جـ) ← ٢

من ١ ، ٢ :

ق (∠ ب م أ) = ق (∠ ب د جـ) وهما متناظرتان

∴ $\overline{\text{أ م}}$ // $\overline{\text{جـ د}}$

---

١٦)

$\overline{\text{س أ}}$ ، $\overline{\text{س ب}}$ قطعتان متماستان ∴ س أ = س ب

في Δ س أ ب

ق (∠ س أ ب) = ق (∠ س ب أ)

∴ ق (∠ س أ ب) = $\frac{180° - 70°}{2}$ = 55° ← ١

∵ الشكل أ ب جـ د رباعي دائري، ق (∠ جـ) = 125°

∴ ق (∠ د أ ب) = 180° − 125° = 55° (نظرية) ← ٢

من ١ ، ٢ ينتج أن:

ق (∠ س أ ب) = ق (∠ د أ ب) = 55°

∴ $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ ينصف (∠ د أ س) (المطلوب أولًا)

∵ ق (∠ س ب أ) = ق (∠ د أ ب) = 55° وهما متبادلتان

∴ $\overrightarrow{\text{أ د}}$ // $\overrightarrow{\text{ب س}}$ (المطلوب ثانيًا)

١٧) ∵ وأ ، وحـ مماسين للدائرة ن

∴ وأ = وحـ ①

∵ وب ، وء مماسين للدائرة م

∴ وب = وء ②

من ① ، ② بالطرح

∴ وأ − وب = وحـ − وء

∴ أب = حـء

إجابات النماذج

إجابة لختبار (١)

السؤال الأول

① ٢٤ ② > ③ نصف

④ $\frac{١}{٢}$ ⑤ ٦٠ ⑥ ٥٠

السؤال الثاني

(أ) ① إذا وجدت زاويتان متقابلتان متكاملتان.

② إذا وجدت زاويتان مرسومتان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها ومتساويتان فى القياس.

(ب) ① ∵ $\overline{أ ب}$ قطر

∴ ق (∠ أ حـ ب) = ٩٠°

② ∵ ق (∠ أ حـ هـ) = ق (∠ أ ء هـ)

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة $\overline{أ هـ}$ وفى جهة واحدة منها

∴ الشكل أ حـ ء هـ رباعي دائرى

السؤال الثالث

(أ) قياس القوس = $\frac{١}{٣}$ × ٣٦٠° = ١٢٠°

(ب) ① ق (∠ ب أ حـ) = $\frac{١}{٢}$ × ٨٠° = ٤٠°

∵ أ ب = أ حـ

∴ ق (∠ أ ب حـ) = $\frac{١٨٠° - ٤٠°}{٢}$ = ٧٠°

② ق ($\overset{\frown}{ب حـ}$) الأكبر = ٣٦٠° − ٨٠° = ٢٨٠°

(أ) ① ق(∠ء م هـ) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠° + ٧٠°) = ١١٠°

② ∵ م ء = م هـ

∴ أ ب = حـ ب

(ب) ∵ ب ء // أ حـ

∴ ق(∠ء ب حـ) = ق(∠أ حـ ب) بالتبادل ❶

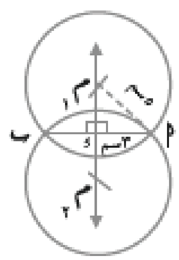
، ∵ أ ب = أ حـ

∴ ق(∠أ حـ ب) = ق(∠أ ب حـ) ❷

من ❶ ، ❷ ينتج أن:

ق(∠ء ب حـ) = ق(∠أ ب حـ)

∴ ب حـ ينصف ∠أ ب ء



(أ) * يمكن رسم دائرتين.

* في Δ أ م١ ء : ∵ ء منتصف أ ب

∴ أ ء = $\frac{١}{٢}$ أ ب = $\frac{١}{٢}$ × ٦ = ٣سم

، ∵ م١ء ⊥ أ ب

∴ ق(∠أ ء م١) = ٩٠°

∴ م١ء = $\sqrt{(أ م_١)^٢ - (أ ء)^٢}$ = $\sqrt{٢٥ - ٩}$ = ٤سم (وهو المطلوب)

(ب) ① ∵ أ ء مماس ، أ حـ وتر

∴ ق(∠ء أ حـ) = ق(∠أ ب حـ) = ٥٠°

، ∵ حـ أ = حـ ب

∴ ق(∠ب أ حـ) = ق(∠أ ب حـ) = ٥٠°

، ∵ ق(∠ب هـ حـ) = ق(∠ب أ حـ) محيطيتان

مشتركتان في القوس (ب حـ)

∴ ق(∠ب هـ حـ) = ٥٠°

② ∵ ق(∠حـ ب و) = ق(∠ب هـ و) = ٥٠°

∴ ب حـ يمس الدائرة المارة برءوس Δ ب هـ و

إجابة اختبار (٢)

السؤال الأول

① ٣٦　　② ١ : ٤　　③ ٩٠

④ متساويين في المساحة　　⑤ ٢　　⑥ ٦

السؤال الثاني

(أ) ∵ ق(∠أ) = $\frac{1}{2}$ × ١٥٠° = ٧٥°

∴ ق(∠حـ) = ١٨٠° − ٧٥° = ١٠٥°

(ب) ∵ ق(∠ب) = ق(∠حـ)

∴ أ حـ = أ ب

، ∵ س في منتصف أ ب

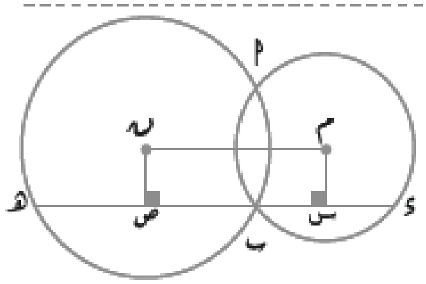
∴ م س ⊥ أ ب

، ∵ أ حـ = أ ب

∴ م س = م ص

السؤال الثالث

(أ)



نرسم م س ⊥ ء هـ ، ن ص ⊥ ء هـ

∴ م س // ن ص

، ∵ م ن // س ص ، ق(∠م س ص) = ٩٠°

∴ الشكل م س ص ن مستطيل

، ∵ م س ⊥ ء ب　　∴ س ب = $\frac{1}{2}$ ء ب

، ∵ ن ص ⊥ ب هـ ، ب ص = $\frac{1}{2}$ ب هـ

∴ س ب + ب ص = $\frac{1}{2}$ (ء ب + ب هـ)

س ص = $\frac{1}{2}$ ء هـ

∵ س ص = م ل

∴ م ل = $\frac{١}{٢}$ د هـ

∴ د هـ = ٢ م ل

(ب) ∵ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ مماس، $\overline{\text{م أ}}$ نصف قطر

∴ $\overline{\text{م أ}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$

∴ ق (∠م أ ب) = ٩٠°

∵ ق (∠أ ب م) = ٣٠°

∴ م ب = ٢ × ٨ = ١٦ سم.

، أ ب = $\sqrt{(١٦)^٢ - (٨)^٢}$ = ٨ $\sqrt{٣}$ سم

، أ حـ = $\frac{٨ \times ٨\sqrt{٣}}{١٦}$ = ٤ $\sqrt{٣}$ سم

السؤال الرابع

(أ) ∵ أ ب = أ حـ

∴ ق (∠أ ب حـ) = $\frac{١٨٠° - ٥٠°}{٢}$ = ٦٥° (١)

∵ ق (∠حـ د هـ) = ١١٥°

∴ ق (∠هـ ب حـ) = ١٨٠° − ١١٥° = ٦٥° (٢)

من (١) (٢) نستنتج أن $\overleftarrow{\text{ب حـ}}$ ينصف ∠أ ب هـ

∵ ق (∠أ ب حـ) = ق (∠ب هـ حـ) = ٦٥°

∴ ق (∠هـ ب حـ) = ق (∠ب هـ حـ)

∴ حـ ب = حـ هـ

(ب) ∵ ق (∠أ ب هـ) = ١٠٠°

∴ ق (∠د) = ١٠٠°

∴ ق (∠د حـ أ) = ١٨٠° − (٤٠° + ١٠٠°) = ٤٠°

∴ ق ($\overset{\frown}{\text{حـ د}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{أ د}}$)

السؤال الخامس

(أ) ∵ ق(∠ أ م ب) = ١٢٠°

∴ ق(∠ أ حـ ب) = $\frac{١}{٢}$ × ١٢٠° = ٦٠°

∵ ق(∠ ء حـ ب) = ق(∠ حـ أ ب) ①

∵ ق(∠ ء حـ ب) = ق(∠ حـ ب أ) ②

من ① ② نستنتج أن:

ق(∠ حـ أ ب) = ق(∠ حـ ب أ) = $\frac{١٨٠° - ٦٠°}{٢}$ = ٦٠°

∴ Δ أ ب حـ متساوى الأضلاع.

(ب) ΔΔ أ ء هـ، أ حـ هـ

فيهما:
- أ ء = أ حـ
- ق(∠ ء أ هـ) = ق(∠ حـ أ هـ)
- $\overline{\text{أ هـ}}$ ضلع مشترك

∴ Δ أ ء هـ ≡ Δ أ حـ هـ

وينتج من التطابق أن:

ق(∠ أ ء هـ) = ق(∠ أ حـ هـ)

∵ ق(∠ أ حـ ب) = ق(∠ و)

∴ ق(∠ أ ء هـ) = ق(∠ و)

∴ الشكل ب ء هـ و رباعى دائرى.

إجابة اختبار (٣)

السؤال الأول

(١) $\overline{\text{حـ ء}}$	(٢) ١٢٠	(٣) ٥
(٤) ٢٥ π	(٥) مستطيل	(٦) ١٠

(أ) ∵ $\overline{\text{م هـ}} \perp \overline{\text{أ ب}}$

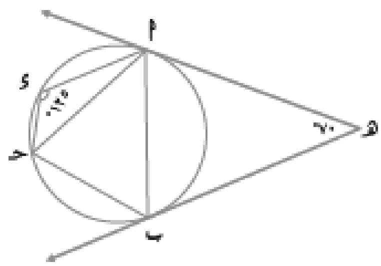
∴ أ هـ = $\frac{1}{2}$ أ ب = $\frac{1}{2}$ × ١٠ = ٥ سم

∵، ق(∠ أ م ء) = ٣٠°

∴ أ م = ٢ أ هـ = ٢ × ٥ = ١٠ سم

، حـ ء = ٢ أ م = ٢ × ١٠ = ٢٠ سم

(ب)



∵ هـ أ = هـ ب

∴ ق(∠ هـ أ ب) = $\frac{١٨٠° - ٧٠°}{٢}$ = ٥٥°

∵، ق(∠ هـ أ ب) = ق(∠ أ حـ ب)

∴ ق(∠ أ حـ ب) = ٥٥°

، ق(∠ أ ب حـ) = ١٨٠° − ١٢٥° = ٥٥°

∴ ق(∠ أ حـ ب) = ق(∠ أ ب حـ)

∴ أ ب = أ حـ

السؤال الثالث

(أ) ① ∵ ق(∠ أ) = $\frac{1}{2}$ [ق($\overset{\frown}{\text{هـ حـ}}$) − ق($\overset{\frown}{\text{ب ء}}$)]

∴ ق($\overset{\frown}{\text{ب ء}}$) = ق($\overset{\frown}{\text{هـ حـ}}$) − ٢ ق(∠ أ)

∴ ق($\overset{\frown}{\text{ب ء}}$) = ١٢٠° − ٢ (٣٠°) = ٦٠°

② ق($\overset{\frown}{\text{ء هـ}}$) = ق($\overset{\frown}{\text{ب حـ}}$) = $\frac{٣٦٠° - ١٨٠°}{٢}$ = ٩٠°

∴ ق($\overset{\frown}{\text{ب ء هـ}}$) = ق($\overset{\frown}{\text{حـ ب ء}}$) = ١٥٠°

∴ ق(∠ حـ) = ق(∠ هـ) = $\frac{١٥٠°}{٢}$ = ٧٥°

∴ أ هـ = أ حـ

∵، ء هـ = ب حـ

∴ أهـ − دهـ = أحـ − بحـ

∴ أد = أب

(ب) ∵ أب = أد

∴ ق(∠أبد) = ق(∠أدب) = ٣٠°

∴ ق(∠أ) = ١٨٠° − (٣٠° + ٣٠°) = ١٢٠°

∵، ق(∠أ) + ق(∠حـ) = ١٢٠° + ٦٠° = ١٨٠°

∴ الشكل أ ب حـ د رباعى دائرى

السؤال الرابع

(أ) ∵ ق(∠أحـب) = $\frac{1}{2}$ × ١٢٠° = ٦٠° ❶

∵، $\overleftrightarrow{حـد}$ // $\overline{أب}$

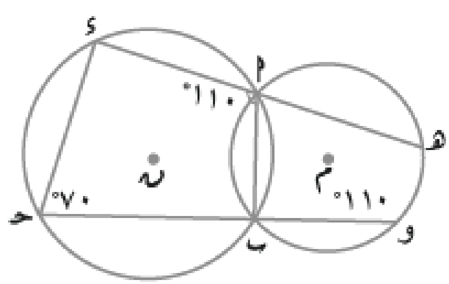
∴ ق($\frown$أحـ) = ق($\frown$بحـ)

∴ حـأ = حـب ❷

من ❶، ❷ ينتج أن:

Δ أ ب حـ متساوى الأضلاع

(ب)



ارسم $\overline{أب}$

∵ ق(∠بأد) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠°

∵، ق(∠هـوب) = ق(∠بأد) = ١١٠°

∴ ق(∠و) + ق(∠حـ) = ١٨٠°

∴ $\overline{هـو}$ // $\overline{دحـ}$

السؤال الخامس

(أ) ∵ أ حـ = بـ حـ

∴ ق (∠ حـ أ ب) = ق (∠ حـ ب أ) = ٦٥°

، ∵ ق (∠ ء أ ب) = ١٣٠°

∴ ق (∠ ء أ حـ) = ١٣٠° − ٦٥° = ٦٥°

∵ ق (∠ ء أ حـ) = ق (∠ ب) = ٦٥°

∴ $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ مماس للدائرة المارة برءوس Δ أ ب حـ

(ب) ∵ $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ مماس، $\overline{\text{م ء}}$ نصف قطر

∴ ق (∠ م ء أ) = ٩٠°

، ∵ هـ فى منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$

∴ ق (∠ م هـ أ) = ٩٠°

∴ ق (∠ ء م هـ) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠° + ٥٦°)

= ١٢٤°

إجابة اختبار (٤)

السؤال الأول

(١) منفرجة	(٢)]٣ ، ٧[	(٣) ٧٠
(٤) ٦٠	(٥) {ء}	(٦) ب ء حـ

السؤال الثانى

(أ) ∵ $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{حـ ء}}$

∴ ق $\overset{\frown}{(\text{أ حـ})}$ = ق $\overset{\frown}{(\text{ب ء})}$ = ٥٠°

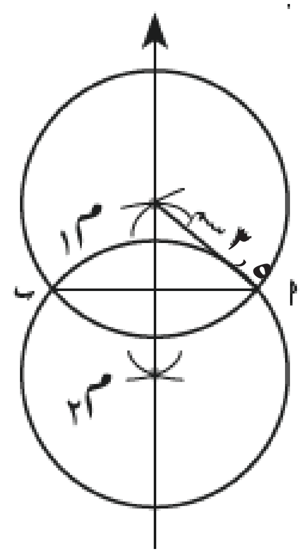
∵ ق (∠ ب هـ ء) = $\frac{1}{2}$ ق $\overset{\frown}{(\text{ب ء})}$

∴ ٣ ص − ٥ = ٢٥

٣ ص = ٣٠

∴ ص = ١٠

(ب)



يمكن رسم دائرتين ، طول نصف قطر كل منهما

٢,٥ سم، ومركزهما م١ ، م٢

السؤال الثالث

(١) ∵ س منتصف أب

∴ مس ⊥ أب

∴ ق(∠ أ س م) = ٩٠° (١)

∵ ص منتصف أحـ

∴ ق(∠ أ ص م) = ٩٠° (٢)

من (١) ، (٢)

∴ ق(∠ أ س م) = ق(∠ أ ص م) = ٩٠°

∴ الشكل أ س ص م رباعي دائري

∴ ق(∠ م س ص) = ق(∠ م أ ص)

∴ ق(∠ م أ ص) = ق(∠ م حـ ص)

∴ ق(∠ م س ص) = ق(∠ م حـ ص) وهو المطلوب

(ب) ∵ الشكل ٲ ب حـ ى رباعى دائرى.

∴ ق (∠حـ) = ١٨٠° − ١٢٠° = ٦٠°

∵ $\overleftarrow{\text{ب و}}$ // $\overline{\text{ى حـ}}$

∴ ق (∠ و ب حـ) = ق (∠ حـ) = ٦٠° بالتبادل

∴ ق (∠هـ ب حـ) = ٦٥° + ٦٠° = ١٢٥°

∴ (∠هـ ب حـ) خارجة عن الشكل الرباعى الدائرى ٲ ب حـ ى

∴ ق (∠ى) = ق (∠هـ ب حـ) = ١٢٥°

السؤال الرابع

(أ) ∵ الدائرة م ∩ الدائرة ن = {ٲ ، ب}

∴ $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ ⊥ $\overline{\text{ٲ ب}}$ وينصفه

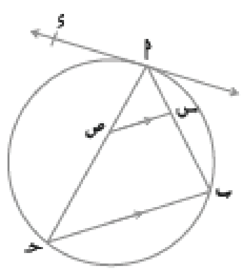
∴ Δ ٲ ى ب فيه $\overline{\text{ى حـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ٲ ب}}$ وينصفه

∴ ٲ ى = ب ى

∵ $\overline{\text{م س}}$ ⊥ $\overline{\text{ٲ ى}}$ ، $\overline{\text{م ص}}$ ⊥ $\overline{\text{ب ى}}$

∴ م س = م ص

(ب) ∵ $\overleftrightarrow{\text{ٲ ى}}$ مماس



∴ ق (∠ى ٲ حـ) المماسية = ق (∠ب) المحيطية ❶

∵ $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

∴ ق (∠ ٲ س ص) = ق (∠ ب) بالتناظر ❷

من ❶ ، ❷

∴ ق (∠ى ٲ حـ) = ق (∠ ٲ س ص)

∴ $\overleftrightarrow{\text{ٲ ى}}$ مماس للدائرة المارة بالنقط ٲ ، س ، ص

السؤال الخامس

(أ) ∵ $\overline{بء}$ قطر في الدائرة م

∴ ق(∠ب حـ ء) = ٩٠° ❶

∵ $\overleftrightarrow{أم} \perp \overleftrightarrow{بحـ}$

∴ ق(∠أ هـ حـ) = ٩٠° ❷

من ❶ ، ❷

∴ ق(∠أ هـ حـ) = ق(∠ب حـ ء) = ٩٠°

وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{أم} \parallel \overline{حـء}$

(ب) ∵ $\overline{أب} \parallel \overline{حـم}$

∴ ق(∠ب أ م) = ق(∠أ م حـ) = ق($\overset{\frown}{أحـ}$)

، ∵ ق(∠أ ب حـ) = $\frac{١}{٢}$ ق($\overset{\frown}{أحـ}$)

∴ في Δ أ ب هـ

∴ ق(∠ب أ هـ) > ق(∠أ ب هـ)

∴ ب هـ > أ هـ

إجابة اختبار (٥)

السؤال الأول

(١) المستقيم المار بالمركز (٢) حادة (٣) ٣٦

(٤) ٦٠ (٥) $\frac{٨}{٣}\pi$ (٦) $\frac{٤}{٩}$

السؤال الثاني

(أ) ∵ $\overline{مب}$ نصف قطر، $\overline{أب}$ قطعة مماسة

∴ ق(∠ب) = ٩٠° بالمثل ق(∠حـ) = ٩٠°

، ∵ ق(∠م) = ٩٠°

∴ ق(∠أ) = ٩٠°

، ∵ م ب = م حـ (أنصاف أقطار)

∴ الشكل أ ب م حـ مربع

(ب) ∵ د في منتصف $\overline{\text{أ حـ}}$

∴ $\overline{\text{م د}}$ ⊥ $\overline{\text{أ حـ}}$ ①

∵ م أ = م ب (أنصاف أقطار)

∴ ق (∠ م أ ب) = ق (∠ م ب أ)

، ∵ ق (∠ م أ ب) = ق (∠ ب أ د)

∴ ق (∠ م ب أ) = ق (∠ ب أ د)

وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{\text{م ب}}$ // $\overline{\text{أ حـ}}$ ②

من ① ، ② نستنتج أن: $\overline{\text{م د}}$ ⊥ $\overline{\text{م ب}}$

السؤال الثالث

(أ) ① ∵ أ ع = أ س

∴ أ ع = ٦ سم ∴ ع حـ = ١٠ − ٦ = ٤ سم

∵ حـ ص = حـ ع ∴ حـ ص = ٤ سم

∵ ب س = ب ص

نفرض أن ب س = ل سم ، ب ص = ل سم

∴ ١٠ + ٤ + ل + ل + ٦ = ٢٤

∴ ٢٠ + ٢ ل = ٢٤ ∴ ٢ ل = ٤

∴ ل = ٢ سم ∴ أ ب = ٦ + ٢ = ٨ سم

② ∵ أ ب = ٨ سم ، ب حـ = ٤ + ٢ = ٦ سم

، أ حـ = ١٠ سم

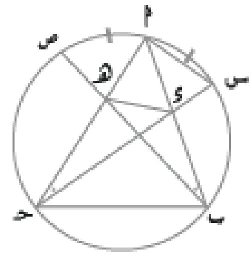
، ∵ (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} = (أ حـ)^{٢}

∴ △ أ ب حـ قائم الزاوية في ب

(ب) ① ∵ ق(⌒أس) = ق(⌒أص)

∴ ق(∠أ حـ س) = ق(∠أ ب ص)

∴ الشكل ء ب حـ هـ رباعى دائرى



② ∵ ق(∠ء هـ ب) = ق(∠ء حـ ب)

ولكن ق(∠ء حـ ب) = ق(∠س أ ب)

∴ ق(∠ء هـ ب) = ق(∠س أ ب)

السؤال الرابع

(١) ∵ حـ أ = حـ ب ∴ ق(∠أ) = ق(∠ب)

△△ أ س م ، ب ص م

فيهما:
- ق(∠أ) = ق(∠ب)
- م أ = م ب (أنصاف أقطار)
- ق(∠أ س م) = ق(∠ب ص م) = ٩٠°

∴ △ أ س م ≡ △ ب ص م

وينتج من التطابق أن:

م س = م ص

∴ أ ء = ب هـ

∵ حـ أ = حـ ب

∴ حـ أ − أ ء = حـ ب − ب هـ

∴ حـ ء = حـ هـ

(ب) ① ∵ $\overline{أب}$ قطر

∴ ق(∠أجـب) = ٩٠°

∵ ق(∠أجـو) + ق(∠أدو) = ١٨٠°

∴ الشكل أدوجـ رباعي دائري.

② ∵ ق(∠هـجـب) = ق(∠أ)

∴، ق(∠هـوجـ) = ق(∠أ)

∴، ق(∠هـجـو) = ق(∠هـوجـ)

∴ هـو = هـجـ

∴ Δ هـجـو متساوي الساقين.

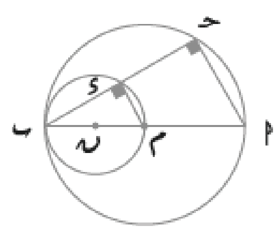
السؤال الخامس

(١) في الدائرة ن

∵ $\overline{مب}$ قطر

∴، ق(∠مدب) = ٩٠°

∵ م في منتصف $\overline{أب}$، $\overline{مد}$ // $\overline{أجـ}$



∴ د في منتصف $\overline{جـب}$

∴ جـد = دب = ٤ سم

∴ جـب = ٨ سم

∵ أب = ١٠ سم

∴ أجـ = $\sqrt{(١٠)^٢ - (٨)^٢}$ = ٦ سم

(ب) ∵ ق(∠دأب) = ق(∠جـ)

∵، ق(∠أصس) = ق(∠جـ)

∴ ق(∠دأب) = ق(∠أصس)