ليلة امتحان الصف الثالث

خاص بالدقهلية

إذا كانت دالة كثيرة حدود من الدرجة الثانية، د (ك – ٥) = د (٣ – ك) فإن معادلة محور تماثل منحنى الدالة هي ....

(س = ١، س = -١ ، ص = ١، ص = -١)

إذا كان أ > ٠، ب < ٠ فإن النقطة (أ^{2} ، -ب^{3}) تقع في الربع ......

(الأول ، الثاني ، الثالث ، الرابع)

إذا كان د (س) = س–٥ وكان $\frac{1}{2}$ د(أ) = ٣ فإن أ = ...

(٢ ، ٨ ، ١١ ، ١٦)

إذا كان د (س) = أ س + ب وكان د (أ) = ب فإن $\sqrt{9 - \text{أ ب}}$ = ...

(صفر ، ٣ ، -٣ ، ±٣)

إذا كانت ر (س) = ك + ٣ ، ر (ص) = ك – ٣، ر (س × ص) = ١٦ فإن ك = ...

(٥ ، -٥ ، ±٥ ، ٢٥)

إذا كانت س^{2} = {(٣ك – ٤، ك)} ، ص= {١ ، ٧} فأي الأزواج المرتبة ينتمي إلى حاصل الضرب الديكارتي س × ص....؟

[(٤ ، ١) ، (٣ ، ١) ، (٢ ، ١) ، (٣ ، ٧)]

إذا كانت د(س) = ٣س + ٥ وكان م + ن = ٩ فإن د (م) + د (ن) = ...

(١٤ ، ٢٧ ، ٣٢ ، ٣٧)

إذا كانت الدالة د:د(س) = (ن–٣) س^{2}+٥ لها قيمة عظمى فإن ن ∈ ....

( ]٣،∞[،]–∞،٣[، {٣ ، ٥} ،]٥،∞[ )

إذا كانت (س، ص) تقع في الربع الثالث فإن النقطة (س^{3} ، ص^{2}) تقع في الربع .....

(الأول ، الثاني ، الثالث ، الرابع)

إذا كانت (أ ، ٤) إحدى نقط الدالة ر: ر(س) = ٢س^{2} + ب فإن: ١٦أ + ٣ب = ...

(١٢ ، ٩ ، ٦ ، ٣)

إذا كانت النقطة (س–٤ ، ٢ – س) تقع في الربع الثالث فإن س ∈ ....

( ]٢ ، ٤[، [٢ ، ٤] ، [-٤ ، -٢] ،]-٤ ، -٢[ )

إذا كان المستقيم س= ٢ هو خط التماثل لمنحنى الدالة

د: د (س) = س^{2} + ك س + ٤

فإن ك = ...

(-٤ ، -٢ ، ٢ ، ٤)

إذا كانت س ⊂ ص

فإن ر[(س–ص)×ص] = ...

(صفر ، ١ ، ٢ ، ٣)

إذا كانت النقطة أ (س – ٥، س–٣) تقع على محور السينات فإن إحداثي النقطة أ هو .....

((٠ ، ٢) ، (٢ ، ٠) ، (-٢ ، ٠) ، (٠ ، -٢))

الدوال التالية هي دوال كثيرات حدود ما عدا الدالة د : د (س) = ...

(س+٣ ، $\sqrt{٢س+٣}$ ، س$\left(س+\frac{1}{س}\right)$ ، س^{2}(س+٤))

إذا كانت: س = [−٢ ، ٢] ،
ص = [٠ ، ٤] فإن: (−٢ ، −١) ∈ .....
(س^٢ ، ص^٢ ، س × ص ، ص × س)

إذا كانت د (س) = ٣ فإن ٦ د $\left(\frac{١}{٢}\right)$ =
(٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٨)

إذا كانت (س^٢+ص^٢ ، ٣)
= (١٠ ، س ص) فإن س − ص = ...
(± ٢ ، ±٣ ، ± ٤ ، ± ٦)

إذا كانت النقطة (س−٢ ، ص+٤) تقع على المحورين السيني والصادي
فإن س + ص = ...
(٢ ، −٢ ، ٦ ، −٦)

إذا كانت د$\left(\frac{٢س+١}{٣س−١}\right)$ = ٢س
فإن د (١) = ...
($\frac{١}{٢}$ ، ١ ، ٢ ، ٤)

إذا كانت المجموعة س = {٣}
فإن ن (س^٢) = ...
(١ ، ٩ ، {(٣ ، ٣)} ، {(٣ ، ٩)}

إذا كانت (ك ، ك^٢) ∈ بيان الدالة
د (س) = ٢س − ٣ فإن ك من الممكن أن تساوي ....
(١ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{−٣}{٢}$ ، -١)

العلاقة التي تمثل تغيرًا طرديًا بين المتغيرين س ، ص هي .....
(س ص=٥ ، ص = س +٣ ،
$\frac{س}{٣}$ = $\frac{٤}{ص}$ ، $\frac{س}{٣}$ = $\frac{ص}{٤}$)

إذا كان $\frac{أ}{ب}$ = $\frac{٣}{٥}$ ، ٥أ−٢ب=٢٠
فإن ب = ...
(٣ ، ٥ ، ١٥ ، ٢٠)

إذا كان $\frac{٣}{٤}$أ = $\frac{٣}{٢}$ب = ٣حـ
فإن: أ : ب : حـ = ...
(٣ : ٤ : ٢ ، ١ : ٢ : ٤
، ٤ : ٢ : ١ ، ٤ : ٣ : ٢)

أي العلاقات الآتية تمثل تغير عكسي بين س ، ص ....
(ص = س ، ص = س^٢
، س ص^٢ = ١ ، ص = $\frac{٣}{س}$)

إذا كان $\frac{ص+٣}{ص}$ = $\frac{س+٢}{س}$ حيث
س≠ص≠٠ فإن ......
(ص ∝ س ، ص ∝ $\frac{١}{س}$ ، ص ∝ س+٢ ،
ص ∝ س+٥)

إذا كانت $\frac{أ}{ب}$ = $\frac{ب}{حـ}$ = $\frac{حـ}{ء}$ = ٢ فإن $\frac{أ}{ء}$ = ..
(٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٦)

إذا كان: ٥س = ٩ص، فإن: $\frac{٣س}{٢ص}$ = ..
($\frac{٢٧}{١٠}$ ، $\frac{٩}{٥}$ ، $\frac{٥}{٩}$ ، $\frac{٨١}{٢٥}$)

! إذا كانت ٢ ، ٦ ، س+١٥ متناسبة
فإن س = ...
(١ ، ٢ ، ٣ ، $\frac{−٣}{٢}$)

" إذا كانت سص^٥ = ثابت فإن س تتغير عكسيًا مع .....

($\frac{١}{٥}$ ، ص^٥ ، ص ، ص^٢)

إذا كان ٢ وسط متناسب بين أ ، ب فإن الوسط المتناسب الموجب بين $\left(أ+\frac{١}{ب}\right)$ ، $\left(ب+\frac{١}{أ}\right)$ هو ......

(٦ ، ٤ ، ٦٫٢٥ ، ٢٫٥)

$ إذا كانت ٤ ، ٦ ، ك كميات متناسبة فإن ك = ...

(١٠ ، ٩ ، ٢ ، ٢٤)

% إذا كانت: ص ∝ س وكانت ص = ٥ عندما س = ٣ فإن ثابت التغير يساوي ....

(١٥ ، ٥ ، ٣ ، $\frac{٥}{٣}$)

& إذا كانت $\frac{أ}{٥}=\frac{ب}{٧}$ ، فإن $\frac{أ+ب}{٦٠}=\frac{أ}{.....}$

(٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٥)

' إذا كانت: أ ، ب ، ح كميات متناسبة فإن $\frac{أ}{ح}$ = ...

$\left(\frac{ح^٢}{ب^٢} ، \frac{ب^٢}{ح^٢} ، \frac{ب^٢}{أ^٢} ، (ب ح)^٢\right)$

) الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة لمجموعة من البيانات هو ....

(المدى – لوسط الحسابي – الوسيط – الانحراف المعياري)

) أبسط مقاييس التشتت هو ....

(المدى ، المنوال ، الانحراف المعياري ، الوسيط)

* إذا كانت س ، ص مجموعتان

ن (س × ص) = ٥

فإن ن(س) – ن(ص) = ...

(٤ ، صفر ، -٤ ، ±٤)

+ إذا كانت جميع المفردات متساوية في القيمة فإن ....

$(س - \bar{س} > ٠ \quad ، \quad س - \bar{س} < ٠$

، $\sigma = ٠$ ، $\bar{س} = ٠)$

, إذا كان المدى للقيم ٧ ، ٣ ، ك ، ٥ هو ٦ فإن ك = ...

(٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢)

- إذا كان: س+ع–ص=٠ ، ١٠س+٢ع–٥ص=٠ فإن ص: ع = ...

(٥ : ٨ ، ٨ : ٥ ، ٣ : ٨ ، ٨ : ٣)

س = ص – ع بالتعويض

١٠ (ص – ع) + ٢ ع – ٥ص = ٠

١٠ ص – ١٠ ع + ٢ ع – ٥ص = ٠

٥ص – ٨ ع = ٠

٥ص = ٨ ع

$\frac{ص}{ع} = \frac{٨}{٥}$

الأسئلة المقالية

إذا كانت : س = {١ ، ٤ ، ٧}

ص = {–١ ، ١ ، ٤ ، ٧} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أن :

أ + |ب| = ٨ لكل أ∈س ، ب∈ص

أولاً : اكتب بيان ع ثم مثلها بمخطط سهمى

ثانياً : بين هل ع دالة أم لا؟ مع ذكر السبب

الحل

بيان ع = { (١ ، ٧) ، (٤ ، ٤) ، (٧ ، ١) ، (٧ ، -١) }

ليست دالة لأن (٧) ارتبط مرتين

إذا كانت : س = { −٢ ، ٢ ، ٥ }
، ص = { ٣ ، ٧ ، ك } وكانت ع علاقة دالة من س إلى ص حيث
أ ع ب تعنى أن : (ب = أ^{٢} − ١) لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص أوجد قيمة ك ثم مثل الدالة بمخطط سهمى

الحل

بيان ع = {(-٢، ٣) ، (٢، ٣) ، (٥، ٢٤)}

ك = ٢٤

إذا كانت : س = { ١ ، ٢ ، ٤ }
، ص = { ٤ ، ٥ ، ٢ ، ٧ } وكانت ع علاقة دالة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أن : أ + ب = ٦ لكل أ∈س، ب∈ص

(1) اكتب بيان ع ثم مثلها بمخطط سهمى
(2) أثبت أن ع دالة واكتب مداها

الحل

إذا كانت : س = {٢ ، ٣ ، ٤}
، ص = {ص:ص∈ط ، ٢ ≤ ص < ٩} حيث ط هى مجموعة الأعداد الطبيعية وكانت ع علاقة معرفة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أن : (أ = $\frac{١}{٢}$ ب) لكل أ∈س، ب∈ص
فأوجد بيان ع ومثلها بمخطط سهمى ثم بين أن ع دالة من س إلى ص وأوجد مداها

الحل

بيان ع = {(٢، ٤)، (٣، ٦)، (٤، ٨)}

المدى = { ٤ ، ٦ ، ٨ }

إذا كانت الدالة د
د(س) = (أ − ٢) س^{٢} + (ب + ٣) س + جـ − ٢
كثيرة حدود من الدرجة الصفرية مداها {٥} فأوجد قيمة أ + ب + جـ

الحل

أ − ٢ = ٠ ⟸ أ = ٢،
ب + ٣ = ٠ ⟸ ب = −٣
جـ − ٢ = ٥ ⟸ جـ = ٧
المقدار = أ + ب + جـ = ٢ − ٣ + ٧ = ٦

إذا كانت د
د(س) = أ + س^{٢} ، ل(س) = جـ كثيرة حدود حيث أ ، جـ ثابتان وكان ٣د(٢) + ٣ل(س) = ٦ أوجد القيمة العددية للمقدار ٢د(٠) + ٢ل(٧)

الحل

٣ د(٢) = ٣ (أ + ٤) = ٣أ + ١٢
٣ ل(س) = ٣ جـ
بالجمع ٣أ + ٣جـ + ١٢ = ٦
٣أ + ٣جـ = −٦
أ + جـ = −٢
٢ د(٠) = ٢أ ، ٢ ل(٧) = ٢جـ
بالجمع
٢أ + ٢جـ = ٢(أ + جـ) = ٢ × −٢ = −٤

إذا كانت د(س) = ٥س – ك ، ر(س) = س – ٢ك
حيث ك ثابت وكان د(١) + ر(٣) = –٧ فأوجد د(٣) + ر(١)

الحل

د(١) = ٥ – ك
ر(٣) = ٣ – ٢ك
بالجمع ٨ – ٣ك = –٧
–٣ك = –١٥ ⟸ ك = ٥
د(٣) + ر(١) = ١٥ – ٥ + ١ – ١٠ = ١

إذا كانت
د : د(س) = (م – ٣) س^{٢} + (٢ – ك) س + ٢ك + ٢م
دالة كثيرة حدود من الدرجة الأولى ،
د(١) = ١٢ فما قيمة ك ، م

الحل

م – ٣ = ٠ ⟸ م = ٣
د(س) = (٢ – ك) س + ٢ك + ٦
د(١) = ٢ – ك + ٢ك + ٦ = ١٢
ك + ٨ = ١٢ ⟸ ك = ٤

إذا كانت
د(س) = ٢س + ك ، ر(س) = س^{٢} + ك
وكان د(٢) + ر(–٤) = ٣٠ فأوجد
د(–٢) + ر(٢)

الحل

د(٢) = ٤ + ك ، ر(–٤) = ١٦ + ك
٤ + ك + ١٦ + ك = ٣٠
⟸ ٢ك = ١٠ ⟸ ك = ٥
د(–٢) = ٢ × –٢ + ٥ = ١
ر(٢) = ٤ + ٥ = ٩
د(–٢) + ر(٢) = ١٠

إذا كان د(س) = أس + ب وكان
د(أ) = ب أوجد $\sqrt{\text{أب}^{٢} + ٢٥}$

الحل

د(أ) = أ^{٢} + ب = ب ⟸ ب = صفر
المقدار = $\sqrt{٢٥}$ = ٥

إذا كانت
د(س) = ك س^{٢} + (٣ك + ٢) س + ٦
وكان الاحداثى السينى لرأس منحنى الدالة
د(س) يساوى –٢ أوجد قيمة ك
ثم أوجد د(١) + د(–١)

الحل

$\frac{-(٣ك+٢)}{ك}$ = –٢
٣ك + ٢ = ٤ك ⟸ ك = ٢
د(س) = ٢س^{٢} + ٨س + ٦
د(١) = ٢ + ٨ + ٦ = ١٦
د(–١) = ٢ – ٨ + ٦ = صفر
المجموع = ١٦

إذا كان : أ، ب، جـ، ء في تناسب
متسلسل برهن أن : $\frac{أ^{٢}}{ب^{٢}} + \frac{ب^{٢}}{جـ^{٢}} = \frac{٢أ}{جـ}$

الحل

جـ = ء م ، ب = ء م^{٢} ، أ = ء م^{٣}
الأيمن: $\frac{ء^{٢}م^{٦}}{ء^{٢}م^{٤}} + \frac{ء^{٢}م^{٤}}{ء^{٢}م^{٢}}$ = م^{٢} + م^{٢} = ٢م^{٢}

الأيسر: $\frac{٢ء م^{٣}}{ء م} = ٢م^{٢}$

∴ الطرفان متساويان

إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{ء} = \frac{هـ}{س} = \frac{٣}{٢}$

، $٢ب + ء = ١٥$ ، $٢أ + جـ - ٣هـ = ١٨$

فما قيمة س

الحل

٢ × النسبة الأولى + النسبة الثانية

$\frac{٢أ+جـ}{٢ب+ء} = \frac{٣}{٢} \Leftarrow \frac{٢أ+جـ}{١٥} = \frac{٣}{٢}$

$٢أ+جـ = \frac{٤٥}{٢} = ٢٢,٥$

$\because ٢أ+جـ-٣هـ=١٨$

$٢٢,٥-٣هـ=١٨ \Leftarrow ٣هـ=٤,٥$

$\Leftarrow هـ=١,٥$

$\frac{١,٥}{س} = \frac{٣}{٢} \Leftarrow ٣س = ٣ \Leftarrow س = ١$

إذا كان : $\frac{س+ص}{١٩} = \frac{ص+ع}{٧}$ برهن

أن $\frac{س-ع}{س+٢ص+ع} = \frac{٦}{١٣}$

الحل

النسبة (١) – النسبة (٢)

$\frac{س+ص-ص-ع}{١٩-٧} = \frac{س-ع}{١٢} = م$

النسبة (١) + النسبة (٢)

$\frac{س+ص+ص+ع}{١٩+٧} = \frac{س+٢ص+ع}{٢٦} = م$

$\therefore \frac{س-ع}{١٢} = \frac{س+٢ص+ع}{٢٦}$

$\therefore \frac{س-ع}{س+٢ص+ع} = \frac{١٢}{٢٦} = \frac{٦}{١٣}$

إذا كان

$\frac{أ}{ب} = \frac{٢}{٣}$ ، $\frac{أ}{جـ} = \frac{٣}{٥}$ ، $أ+ب+جـ=٧٥$

أوجد قيمة كل من أ ، ب ، جـ

الحل

$\frac{أ}{ب} = \frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{٣} = \frac{٦}{٩} \Leftarrow \frac{أ}{جـ} = \frac{٣}{٥} \times \frac{٢}{٢} = \frac{٦}{١٠}$

$\therefore أ = ٦م$ ، $ب = ٩م$ ، $جـ = ١٠م$

$٦م + ٩م + ١٠م = ٧٥$

$\Leftarrow ٢٥م = ٧٥$

$\therefore م = ٣$

$\therefore أ = ١٨$ ، $ب = ٢٧$ ، $جـ = ٣٠$

إذا كان $٢أ = ٣ب = ٤جـ$ أوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{أ^{٢}+ب^{٢}+جـ^{٢}}{أ(ب+جـ)}$

الحل

$٢أ = ٣ب = ٤جـ$ بالقسمة على ١٢

$\frac{أ}{٦} = \frac{ب}{٤} = \frac{جـ}{٣} = م$

$\therefore أ = ٦م$ $\therefore ب = ٤م$ $\therefore جـ = ٣م$

المقدار =

$\frac{٣٦م^{٢}+١٦م^{٢}+٩م^{٢}}{٦م(٤م+٣م)} = \frac{٦١م^{٢}}{٤٢م^{٢}} = \frac{٦٤}{٤٢}$

إذا كانت الكميات الموجبة

٥أ ، ٦ب ، ٧جـ ، ٨ء في تناسب

متسلسل أثبت أن :

$\sqrt[٣]{\frac{٥أ}{٨ء}} = \sqrt{\frac{٥أ+٦ب}{٧جـ+٨ء}}$

الحل

٧حـ = ٨ ء م ، ٦ب = ٨ ء م^{٢}

، ٥أ = ٨ ء م^{٣}

الأيمن $\sqrt[٣]{\frac{\text{٨ ء م}^{٣}}{\text{٨ ء}}} = \sqrt[٣]{\text{م}^{٣}} = \text{م}$

الأيسر =

$\sqrt{\frac{\text{٨ ء م}^{٣} + \text{٨ ء م}^{٢}}{\text{٨ ء م} + \text{٨ ء}}} = \sqrt{\frac{\text{٨ ء م}^{٢}(\text{م}+١)}{\text{٨ ء}(\text{م}+١)}} = \sqrt{\text{م}^{٢}} = \text{م}$

∴ الطرفان متساويان.

إذا كانت : ٤أ^{٢} + ب^{٢} = ٤أب

(1) برهن أن ب ∝ أ

(2) أوجد قيمة أ عند ب = ٨

الحل

٤أ^{٢} − ٤ أ ب + ب^{٢} = ٠

(٢أ − ب)^{٢} = ٠   ٢أ = ب

∴ ب ∝ أ   ٢أ = ٨ ⇐ أ = ٤

إذا كان $\frac{\text{٢١س} + \text{أ}}{\text{٧س} + \text{ب}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ ، س ≠ ٠

أوجد قيمة $\frac{\text{أ} + \text{٢ب}}{\text{٢أ}}$

الحل

٢١س ب + أ ب = ٧ س أ + أ ب

أ = ٣ب بالتعويض $\frac{\text{٣ب} + \text{٢ب}}{\text{٦ب}} = \frac{٥}{٦}$

إذا كانت ص = أ−١ ، أ ∝ $\frac{١}{\text{س}^{٢}}$ أوجد العلاقة بين س ، ص علماً بأن أ=٤ عندما س = ٢ ثم أوجد قيمة س عندما ص= ٨

الحل

أ ∝ $\frac{١}{\text{س}^{٢}}$ ← أ = $\frac{\text{م}}{\text{س}^{٢}}$

٤ = $\frac{\text{م}}{٤}$ ← م = ١٦

∴ ص = $\frac{١٦}{\text{س}^{٢}}$ − ١   عندما ص = ٨

∴ ٨ = $\frac{١٦}{\text{س}^{٢}}$ − ١ ← س = ± $\frac{٤}{٣}$

إذا كانت ص = ٣ + ع ، ع ∝ $\frac{١}{\text{س}}$

أوجد العلاقة بين س ، ص علماً بأن

ص = ٥ عندما س = ١ ثم أوجد ص

عندما س = ٢

الحل

إذا كان $\frac{\text{٢١س} - \text{ص}}{\text{٧س} - \text{ع}} = \frac{\text{ص}}{\text{ع}}$ برهن أن

ص تتغير طردياً بتغير ع حيث س ≠ ٠

الحل

ع(٢١س − ص) = ص(٧س − ع)

٢١س ع − ع ص = ٧س ص − ع ص

٢١س ع = ٧س ص

ص = ٣ع ⇐ ∴ ص ∝ ع

تسير سيارة بسرعة ثابتة بحيث تتناسب المسافة المقطوعة طردياً مع الزمن ، فإذا قطعت السيارة ١٥٠ كيلو متراً فى ٦ ساعات فكم كيلومتراً تقطعها السيارة فى ١٠ ساعات

الحل

ف ∝ ن ⇐ ف١ / ف٢ = ن١ / ن٢

١٥٠ / ف٢ = ٦ / ١٠

⇐ ف٢ = (١٥٠ × ١٠) / ٦ = ٢٥٠ كم

إذا كانت أ،ب،جـ،ى كميات موجبة ، (أ² − ٢جـ²) / (ب² − ٢ى²) = أ² / ب² برهن أن الكميات أ،ب،جـ،ى كميات متناسبة

الحل

(أ² − ٢جـ²) × ب² = (ب² − ٢ى²) × أ²

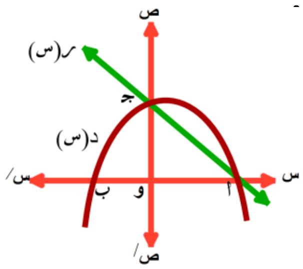
أ²ب² − ٢جـ²ب² = ب²أ² − ٢ى²أ²

−٢جـ²ب² = − ٢ى²أ²

جـ ب = ى أ ∴ أ / ب = جـ / ى

∴ أ ، ب ، جـ ، ى متناسبة

فى الشكل المقابل :



منحنى الدالة التربيعية د (س) = ٤ − س² ، أجـ↔ يمثل بيانياً الدالة الخطية ر(س) = ك س + م :

(١) أوجد قيمة كل من ك ، م

(٢) د (١) + ر (١)

الحل

د(س) = ٤ − س² نقطة التقاطع مع محور ص هي (٠ ، ٤)

٤ − س² = ٠ س² = ٤ ⇐ س = ± ٢

∴ أ (٢ ، ٠) ، ب (−٢ ، ٠)

ر(س) = ك س + م م = ٤

ر(س) = ك س + ٤ بالتعويض بـ (٢ ، ٠)

٢ك + ٤ = ٠ ٢ك = −٤ ⇐ ك = −٢

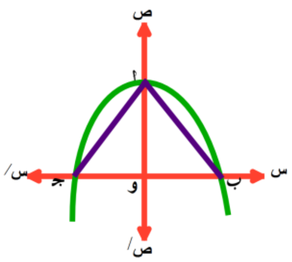
ر(س) = −٢ س + ٤

د(١) = ٤ − ١ = ٣

ر (١) = −٢ × ١ + ٤ = ٢

المجموع = ٣ + ٢ = ٥

فى الشكل المقابل :



هو التمثيل البيانى لمنحنى الدالة التربيعية :

د (س) = −ك س² − (ك − ٥) س + ٤ك

فإذا كان محور الصادات هو خط تماثل منحنى الدالة

(1) أوجد قيمة ك

(2) أوجد مساحة المثلث ابجـ

الحل

محور الصادات هو محور التماثل

∴ معامل س = صفر

∴ − (ك − ٥) = صفر

∴ ك = ٥

د (س) = −٥ س² + ٢٠

أ(٠ ، ٢٠) −٥ س² + ٢٠ = ٠

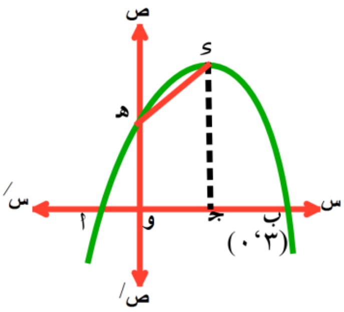
٥س² = ٢٠ ⇐ س² = ٤

س = ٢ ∴ ب(٢ ، ٠) ، جـ (−٢ ، ٠)

م∆ = $\frac{\text{١}}{\text{٢}}$ × ٤ × ٢٠ = ٤٠ وحدة مساحة

فى الشكل المقابل

يمثل منحنى الدالة



د: د(س) = −س$^{\text{٢}}$ + ٢س + ك − ١

حيث ء رأس المنحنى ، احداثي

ب(٣ ، ٠)

(1) أوجد قيمة ك

(2) القيمة العظمى للدالة

(2) مساحة الشكل

الحل

الدالة تمر بـ (٣ ، ٠) ∴ د(٣) = ٠

−٩ + ٦ + ك − ١ = ٠ ∴ ك = ٤

د(س) = − س$^{\text{٢}}$ + ٢س + ٣

معادلة محور التماثل س = $\frac{\text{−٢}}{\text{٢×−١}}$ = ١

د(١) = −١ + ٢ + ٣ = ٤ قيمة عظمى

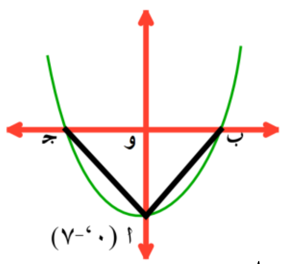
هـ (٠، ٣) ، ء(١ ، ٤)

مساحة شبه المنحرف = = $\frac{\text{٣+٤}}{\text{٢}}$ × ١

= ٣,٥ وحدة مساحة.

الشكل المقابل :

يمثل الدالة د



د(س) = ل س$^{\text{٢}}$ − ٧

، مساحة المثلث

أ ب جـ = ٢١ وحدة مربعة

أ(٠ ، −٧) أوجد احداثى نقطة ب

ثم أوجد قيمة ل

الحل

م∆ = $\frac{\text{١}}{\text{٢}}$ ب جـ × ٧ = ٢١

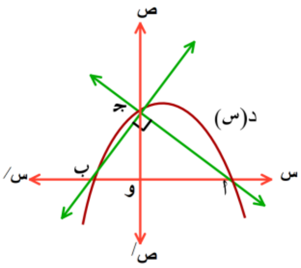
⟸ ب جـ = ٦

∴ ب (٣ ، ٠) بالتعويض

ل × ٩ − ٧ = ٠

ل = $\frac{\text{٧}}{\text{٩}}$

الشكل المقابل :



يمثل منحنى الدالة د: د

د(س) = $\frac{\text{−١}}{\text{٣}}$ س$^{\text{٢}}$ + ك س + م

فإذا كان $\overleftrightarrow{\text{أجـ}} \perp \overleftrightarrow{\text{بجـ}}$

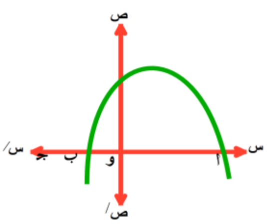
، و جـ = ٣ وحدات طول ، و أ = ٩ و ب

فأوجد قيمة ك، م

ثم أوجد مساحة المثلث أبجـ

الحل

! الشكل المقابل :



يمثل منحنى دالة تربيعية

د: د(س) = −س$^{\text{٢}}$ + ٤س + ك − ١

فإذا كان و أ = ٥ و ب

أوجد قيمة ك

الحل

و ب = م ، و أ = ٥ م

أ = (٥م ، ٠) ، ب (−م ، ٠)

معادلة محور التماثل من النقط = $\frac{٥م - م}{٢} = ٢م$

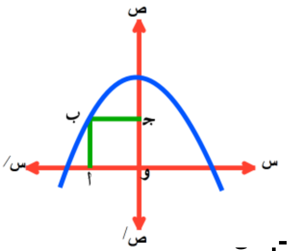
من المعادلة = $\frac{-٤}{-٢} = ٢$

٢ م = ٢ ⟸ م = ١ ∴ ب (−١ ، ٠)

∴ د (−١) = ١ − ٤ + ك − ١ = ٠

ك = ٦

" الشكل المقابل :



هو التمثيل البيانى لمنحنى الدالة التربيعية

د : د(س) = −س^{٢} − س

فإذا كان الشكل وابجـ مربع

أوجد مساحة المربع وابجـ

الحل

بفرض طول ضلع المربع ل

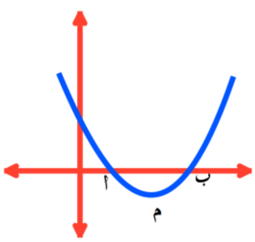
∴ ب (−ل ، ل)

−ل^{٢} + ل + ٥ = ل ⟸ ل^{٢} = ٥

ل = $\sqrt{٥}$

مساحة المربع = $\sqrt{٥} \times \sqrt{٥}$ = ٥ وحدة

الشكل المقابل : يمثل



منحنى دالة تربيعية يقطع محور السينات فى أ(١ ، ٠)،ب(٤ ، ٠)

وكانت م نقطة رأس المنحنى

د(−٢) + د (٧) = ٨

أوجد د (−٢)

الحل

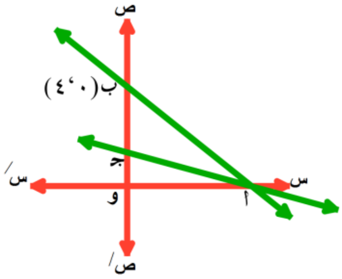
معادلة محور التماثل س = $\frac{١+٤}{٢} = \frac{٥}{٢}$

∵ $\frac{-٢+٧}{٢} = \frac{٥}{٢}$ ∴ د(−٢) = د(٧)

∴ د (−٢) + د (−٢) = ٨

∴ د (−٢) = ٤

$ فى الشكل المقابل



$\overleftrightarrow{أجـ}$ تمثيل بيانى للدالة الخطية

د (س) = ٢ − $\frac{٢}{٣}$ س

، $\overleftrightarrow{أب}$ تمثيل بيانى للدالة الخطية

ر(س) = ك س + م فإذا كان احداثي

ب (٠ ، ٤) أوجد قيمة ك ، م

الحل

الفكرة نحدد إحداثي حـ ، أ ، حـ(٠ ، ٢)

٢ − $\frac{٢}{٣}$ س = ٠ ⟸ $\frac{٢}{٣}$ س = ٢ ⟸ س = ٣

بالتعويض بالنقطة أ (٣ ، ٠)

ر(س) تمر بالنقطة (٠ ، ٤) ∴ م = ٤

ك × ٣ + ٤ = ٠ ك = $\frac{-٤}{٣}$

% أوجد الانحراف المعياري للقيم التالية:

٦٥ ، ٦١ ، ٧ ، ٦٤ ، ٧٠ ، ٧٦ ، ٧٠

الحل

ثانيًا : الهندسة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة في كل مما يأتي:

إذا كان جتا س $= \frac{\sqrt{٣}}{٢}$ حيث $\left(\frac{س}{٢}\right)$ زاوية حادة فإن جا ٢س = ...

$\left(١ ، \frac{١}{٢} ، \frac{\sqrt{٣}}{٢} ، \frac{١}{\sqrt{٢}} \right)$

في Δ ابج إذا كان ظا ا $= ٢ + \sqrt{٣}$ ، ظا ب $= ٢ - \sqrt{٣}$ فإن ق(∠ج) = ...°

(٦٠ ، ٩٠ ، ١٠٠ ، ١٢٠)

إذا كان جا س = ٢ جا ٣٠° جتا ٦٠° فإن س = ...°

(٣٠ ، ٤٥ ، ٦٠ ، ٧٥)

إذا كان ظا(س + ١٠)° $= \sqrt{٣}$ حيث (س + ١٠)° قياس زاوية حادة فإن س = ...

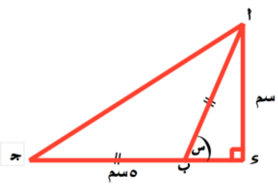
(٢٠ ، ٤٠ ، ٥٠ ، ٧٠)

إذا كان المثلث ابج قائم الزاوية في ب ، مساحة سطح المثلث ابج $= \frac{١}{٢}$ (بج)^{٢}

فإن ظا ا = ...

$\left(١ ، \sqrt{٣} ، \frac{١}{\sqrt{٣}} ، \frac{١}{٢} \right)$

في الشكل المقابل



اد ⊥ دج ، اب = بج ، بج = ٥ سم ، اد = ٤ سم ، ق(∠ابد) = س

فإن ظا $\frac{س}{٢}$ = ...

$\left(\frac{٤}{٥} ، \frac{١}{٢} ، \frac{٥}{٤} ، ٢ \right)$

في Δ ابج إذا كان

ق(∠ا):ق(∠ب):ق(∠ج) = ٣ : ٤ : ٥

فإن جتا ب = ...

$\left(صفر ، \frac{١}{٢} ، ١ ، \frac{\sqrt{٣}}{٢} \right)$

ابج مثلث قائم الزاوية في ب ،

٣اج = ٥بج فإن ظا ا = ...

$\left(\frac{٣}{٥} ، \frac{٥}{٣} ، \frac{٣}{٤} ، \frac{٤}{٣} \right)$

إذا كان ق(∠ا) = ٧٥° ، جا ب = جتا ا

حيث ب زاوية حادة فإن ق(∠ب) = ...

(٤٥° ، ٧٥° ، ١٥° ، ١٠٥°)

إذا كان ابج مثلث متساوي الساقين

وقائم الزاوية في ج فإن ظا ا = ...

$\left(\frac{١}{\sqrt{٣}} ، \sqrt{٣} ، ١ ، -١ \right)$

في المثلث ابج

ق(∠ا) = ٨٥° ، جا ب = جتا ب فإن

ق(∠ج) = ...

(٣٠° ، ٤٥° ، ٥٠° ، ٦٠°)

البعد بين المستقيمين ص − ٣ = ٠

، ص + ٢ = ٠ يساوي .... وحدة طول

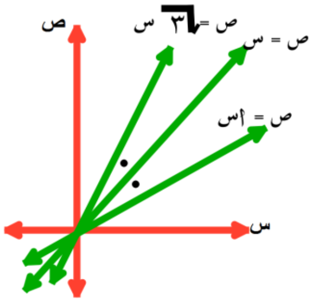
(١ ، ٢ ، ٣ ، ٥)

ميل الخط المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها هـ يساوي ......

$\left(جا هـ ، جتا هـ ، \frac{جا هـ}{جتا هـ} ، \frac{جتا هـ}{جا هـ} \right)$

في الشكل المقابل

أ = ...



($\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ، $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ ، $\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٣}$)

المستقيم المار بالنقطة (٣ ، ٤) ويوازى محور الصادات معادلته هى ....

(س = ٣ ، س = ٤ ، ص = ٣ ، ص = ٤)

دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٢ وحدة طول فأى النقط الأتية تنتمى للدائرة ...

((١ ، ٢) ، (-٢ ، ١) ، ($\sqrt{٣}$ ، ١) ، ($\sqrt{٢}$ ، ١))

إذا كان المستقيمان ص = أس + ب ، ص = جـس+د متعامدين فإن .... = -١

(أ×د ، أ×جـ ، ب×جـ ، ب×د)

بعد النقطة (٢ ، ٤) عن المستقيم ص + ٢ = ٠ يساوى .... وحدة طول

(٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨)

إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{ك}{٢}$ متوازيين فإن ك= ....

($\frac{-٣}{٤}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، ٣ ، $\frac{-٤}{٣}$)

أ ب جـ د معين فيه أ(٣،٣) ، جـ(-٣ ، -٣) فإن ميل $\overleftrightarrow{ب د}$ يساوى ....

(-١ ، ١ ، $\frac{١}{٣}$ ، $-\frac{١}{٣}$)

معادلة المستقيم المار بالنقطة (٥ ، ٣) موازياً محور السينات هى ....

(س = ٠ ، س = ٥ ، ص = ٠ ، ص = ٣)

إذا كان المستقيمان ٣س – ٤ص – ٣ = ٠ ، ك ص + ٤س - ٨ = ٠ متعامدين فإن ك= ....

(-٤ ، -٣ ، ٣ ، ٤)

المستقيم الذى معادلته : ٣س + ٤ص – ٩ = ٠ يكون موازياً لمستقيم ميله ....

($\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٤}{٣}$ ، $\frac{-٤}{٣}$ ، $\frac{-٣}{٤}$)

أب قطر فى دائرة مركزها م حيث أ(-٢ ، ٣)،ب(٦ ، -٥) فإن احداثى م يساوى ....

((٤ ، ٤) ، (-٢ ، ١) ، (٢ ، -١) ، (-١ ، ٢))

إذا كانت النقطة (ك ، ٢ك) تقع على المستقيم الذى معادلته ٢س + ص = ٨ فإن ك= ......

(-٢ ، ١ ، ٢ ، ٣)

البعد بين المستقيمين س + ٣ = ٠ ، س – ٢ = ٠ يساوى .... وحدة طول

(٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦)

معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (-٢ ، ك) ويوازى محور السينات ....

(س = -٢ ، ص = -٢ ، س = ك ، ص = ك)

المستقيم المار بالنقطتين (-١،-١) ، (٤ ، ٤) يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها ....

(٣٠° ، ٤٥° ، ٦٠° ، ١٣٥°)

بعد النقطة (ل ، −٤) عن محور الصادات يساوى .... وحدة طول حيث ل ∈ ح

(٤ ، ل ، −٤ ، |ل|)

! المستقيم الذى معادلته ٢س − ٣ص − ٦ = ٠ يقطع من محور الصادات جزءاً طوله ....

(−٦ ، −٢ ، $\frac{٢}{٣}$ ، ٢)

" إذا كان $\overleftrightarrow{أب} \perp \overleftrightarrow{جـد}$ ، ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = صفر فإن $\overleftrightarrow{جـد}$ = ...

(١ ، −١ ، صفر ، غير معرف)

مساحة المثلث المحدد بالمستقيمات س = ٠ ، ص = ٠ ، ٣ س + ٢ ص = ١٢ هي .... وحدة مربعة

(٦ ، ١٢ ، ٤ ، ٥)

$ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ص) ، (٣ ، ٤) ميله يساوى ظا ٤٥° فإن ص = ...

(١ ، ٢ ، −١ ، ٤)

% المستقيم الذى معادلته س + (٢ − أ) ص = ٥ يوازى المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٤) ، (٣ ، ٥) فإن قيمة أ = ...

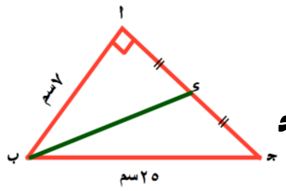
(٣ ، −٢ ، ٦ ، ٤)

& المستقيم الذى معادلته $\frac{س}{٢} - \frac{ص}{٣} = ٦$ يقطع من محور السينات جزءاً طوله = ... وحدة

(٣ ، ٢ ، ٦ ، ١٢)

ثانيًا : المقالي

فى الشكل المقابل



أب = ٧ $\overline{أب} \perp \overline{أجـ}$ سم ، بجـ = ٢٥ سم ، أد = دجـ

أوجد ظاجـ + $\frac{١}{ظا(\angle أبد)}$

الحل

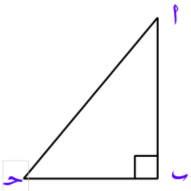
أجـ = $\sqrt{(٢٥)^٢ - (٧)^٢}$ = ٢٤

ظاجـ = $\frac{٧}{٢٤}$ ، ظا(أبد) = $\frac{١٢}{٧}$

$\frac{٧}{٢٤} + \frac{٧}{١٢} = \frac{٢١}{٢٤}$

أبجـ مثلث قائم الزاوية فى ب برهن أن

جاأ+جاجـ > ١



الحل

جاأ+جاجـ = $\frac{بجـ}{أجـ} + \frac{أب}{أجـ}$

$\frac{بجـ+أب}{أجـ} > ١$ لأن بجـ+أب > أجـ

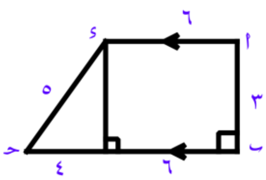
أبجـد شبه منحرف فيه

$\overline{أد} // \overline{بجـ}$ ، ق(∠ب) = ٩٠°

أب = ٣ سم، أد = ٦ سم ، بجـ = ١٠ سم

أثبت أن جتا(∠دجـب) − ظا(∠أجـب) = $\frac{١}{٢}$

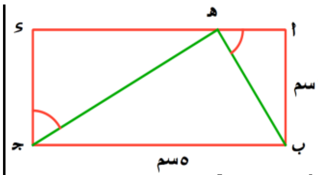
الحل



المقدار = $\frac{٤}{٥} - \frac{٣}{١٠}$

$= \frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$

في الشكل المقابل :



ابجد مستطيل

، هـ ∈ أد ، أهـ > هـد

، ق(∠أهـب) = ق(∠دهـجـ)

فإذا كان أب = ٢سم

،ب جـ = ٥ سم أوجد ظا(∠أهـب)

الحل

∵ ظا(∠ أ هـ ب) = ظا(∠ هـجـد)

$\frac{٢}{أهـ} = \frac{هـد}{٢}$ ⟸ أهـ × هـد = ٤

أهـ = س ∴ هـد = ٥ − س

س (٥ − س) = ٤

٥س − $س^٢$ = ٤

⟵ $س^٢$ − ٥س + ٤ = ٠

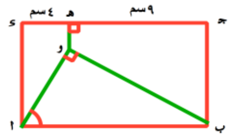
(س − ٤)(س − ١) = ٠

س = ٤ أ، س = ١

∴ أ هـ = ١ سم

ظا(∠أهـب) = $\frac{٢}{١}$ = ٢

في الشكل المقابل :



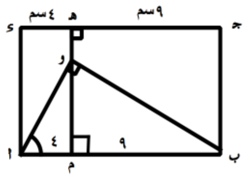
ابجد مستطيل

، وهـ ⊥ دجـ ، أو ⊥ وب

، هد = ٤ سم ، جـهـ = ٩ سم

أوجد ظا(∠وأب)

الحل



$(م و)^٢$ = ٤ × ٩ = ٣٦

م و = ٦

ظا(∠وأب) = $\frac{٦}{٤}$ = $\frac{٣}{٢}$

بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة س

التي تحقق جتاس = $\frac{جا ٣٠° جا ٦٠°}{ظا ٤٥° جتا^٢ ٤٥°}$ حيث

س زاوية حادة

الحل

ابجـ مثلث قائم الزاوية في ب ، وكان

٢أب = $\sqrt{٣}$ أجـ سم أوجد :

(1) النسب المثلثية الأساسية للزاوية جـ

(2) ق(∠أ)

الحل

ابجد شبه منحرف متساوي الساقين

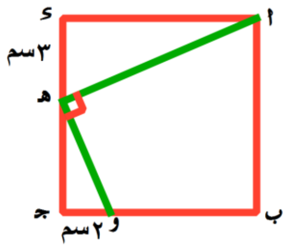
فيه أد // ب جـ ، أد = ٤سم ، أب = ٥سم

، ب جـ = ١٢سم برهن أن

$\frac{٥ ظاب جتاجـ}{جا^٢جـ + جتا^٢ب} = ٣$

الحل

في الشكل المقابل :



ابجد مربع

، هـ ∈ دجـ ، و ∈ ب جـ

فإذا كان دهـ = ٣ سم

، وجـ = ٢سم أوجد ظا(∠دأهـ)

الحل

أد = ل ، هـجـ = ل − ٣

ق(∠دأهـ) = ق(∠وهـجـ)

ظا(∠دأهـ) = ظا(∠وهـجـ)

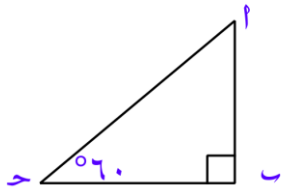
$\frac{٣}{ل} = \frac{٢}{ل - ٣}$

٣ ل − ٩ = ٢ ل

ل = ٩ $\quad$ ظا(∠ د أ هـ) $= \frac{٣}{٩} = \frac{١}{٣}$

بسبب الرياح كسر الجزء العلوى لشجرة فصنع مع الأرض زاوية قياسها ٦٠° ، إذا كانت نقطة تلاقي قمة الشجرة بالأرض تبعد عن قاعدة الشجرة مسافة ٤ أمتار أوجد طول الشجرة لأقرب متر

الحل



ظا٦٠ $= \frac{\text{أب}}{٤}$

أب = ٤ظا٦٠ = ٤ $\sqrt{٣}$

أ حـ = ٨ م

طول الشجرة = ٨ + ٤ $\sqrt{٣}$ = ١٥ م

إذا كان جتا٢س = ظا٤٥° جا٣٠° حيث ٢س زاوية حادة فأوجد بدون استخدام حاسبة الجيب قيمة $\frac{٢\text{ظاس}}{١-\text{ظا}^٢\text{س}}$

الحل

جتا٢س = ١ × $\frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$

∴ ٢س = ٦٠ ← س = ٣٠

المقدار = $\frac{٢\text{ظا}٣٠}{١-\text{ظا}^٢٣٠} = \frac{٢ \times \frac{١}{\sqrt{٣}}}{١ - \frac{١}{٣}} = \sqrt{٣}$

إذا كانت النقطة أ(س ، ٧) تقع على الدائرة التى مركزها النقطة ن(−٢ ، ٣) والتى طول نصف قطرها ٥ وحدات فما قيمة س

الحل

الفكرة أن ن أ = ٥

إذا كانت النقط أ(٠ ، ١) ، ب(س،٣) ، جـ(٢،٥) تقع على استقامة واحدة فأوجد قيمة س

الحل

ميل $\overleftrightarrow{\text{أجـ}} = \frac{٥-١}{٢-٠} = ٢$

ميل $\overleftrightarrow{\text{أب}} = \frac{٣-١}{\text{س}-٠} = \frac{٢}{\text{س}}$

$\frac{٢}{\text{س}} = ٢$ ⇐ س = ١

أوجد معادلة المستقيم الذى ميله $\frac{٢}{٣}$ ويمر بالنقطة (٣ ، −١)

الحل

ص = $\frac{٢}{٣}$ س + حـ

−١ = $\frac{٢}{٣}$ × ٣ + حـ ⇐ حـ = −٣

ص = $\frac{٢}{٣}$ س − ٣

إذا كان محور تماثل $\overline{\text{جـ د}}$ يمر بالنقطة أ(٦ ، م) حيث جـ(٣ ، ١)، د(−٣، ٧) فما قيمة م

الحل

أ جـ = أ د

$\sqrt{٩+(\text{م}-١)^٢} = \sqrt{٨١+(\text{م}-٧)^٢}$ بالتربيع

٩ + م² − ٢م + ١ = ٨١ + م² − ١٤م + ٤٩

١٠ − ٢م = ١٣٠ − ١٤م

١٢م = ١٢٠ $\quad$ ∴ م = ١٠

أب جـ د مستطيل فيه أ(١،١)، ب(٣،٣)، جـ(٠، −٣س)، د(س،ص) أوجد قيمة س ، ص

الحل

منتصف أجـ = منتصف ى ب

$\left(\frac{١+٠}{٢} ، \frac{١-٣س}{٢}\right) = \left(\frac{٣+س}{٢} ، \frac{٣+ص}{٢}\right)$

٣ + س = ١ ⟵ س = -٢

$\frac{١-٣س}{٢} = \frac{٣+ص}{٢}$ ⟸ ١ + ٦ = ٣ + ص

ص = ٤

إذا كانت النقطة (٥ ، ٢) هي منتصف أب حيث أ(س ، ٧) ، ب(-٤ ، ص) أوجد س+ص

الحل

$\frac{س-٤}{٢} = ٥$ ⟸ س = ١٤

$\frac{٧+ص}{٢} = ٢$ ⟸ ص = -٣

∴ س+ص = ١٤-٣ = ١١

أبجـ مثلث فيه أ(٣ ، ٢)، ب(٤ ، -٥)، جـ(٠ ، -٣) ، أى متوسط أوجد معادلة أى

الحل

ى = $\left(\frac{٤+٠}{٢} ، \frac{-٥-٣}{٢}\right)$ = (٢ ، -٤)

ميل أى = $\frac{-٤-٢}{٢-٣}$ = ٦

ص = ٦س + جـ بالتعويض بـ (٣، ٢)

٢ = ١٨ + جـ ⟵ جـ = -١٦

ص = ٦س - ١٦

أثبت أن النقط أ(٥،٣)، ب(٣،-٢)، جـ(-٢ ، -٤) هي رؤوس مثلث منفرج الزاوية فى ب ثم أوجد احداثى نقطة ء التى تجعل الشكل أبجـء معيناً وأوجد مساحة سطحه

الحل

أجـ = $\sqrt{(٥+٢)^٢+(٣+٤)^٢}$

$\sqrt{٤٩+٤٩} = \sqrt{٩٨}$

أب = $\sqrt{(٥-٣)^٢+(٣+٢)^٢}$

= $\sqrt{٤+٢٥} = \sqrt{٢٩}$

بجـ = $\sqrt{(٣+٢)^٢+(-٢+٤)^٢}$

$\sqrt{٢٥+٤} = \sqrt{٢٩}$

∵ $(أجـ)^٢ > (أب)^٢ + (بجـ)^٢$

∴ Δ منفرج في ب

أبجـء معين فيه أ(١ ، ٣)، جـ(٧ ، ٩)

أوجد معادلة ب ء

الحل

ميل أجـ = $\frac{٩-٣}{٧-١}$ = ١

ميل ب ء = -١ متعامدان ، منتصف أجـ

= $\left(\frac{١+٧}{٢} ، \frac{٣+٩}{٢}\right)$ = (٤ ، ٦)

المعادلة ص = -س + جـ بالتعويض

٦ = -٤ + جـ ∴ جـ = ١٠

ص = -س + ١٠

إذا كانت النقط أ(١ ، ٧) ، ب(-١ ، ٥) ، جـ(٤ ، ٢) برهن أن جـ ∌ أب

الحل

ميل أب = $\frac{٥-٧}{-١-١} = \frac{-٢}{-٢}$ = ١

ميل ب جـ = $\frac{٢-٥}{٤+١} = \frac{-٣}{٤}$

∴ جـ ∌ أب

أب‌جـ مثلث فيه

أ(١ ، ١) ، ب(٣ ، ١) ، جـ(١ ، ٣)

برهن أن المثلث أب‌جـ متساوي الساقين ثم أوجد معادلة محور تماثل المثلث أب‌جـ

الحل

أب = $\sqrt{\text{٤+٠}}$ = ٢ ، أحـ = $\sqrt{\text{٠+٤}}$ = ٢

∵ أب = أحـ

∴ المثلث متساوي الساقين

ميل $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$ = $\frac{\text{٣−١}}{\text{١−٣}}$ = −١

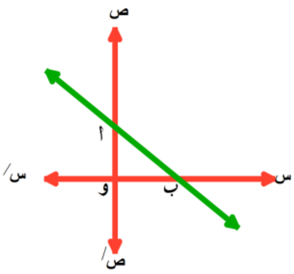
ميل المحور = ١

ص = س + حـ بالتعويض بالنقطة أ

١ = ١ + حـ ← حـ = ٠

ص = س

في الشكل المقابل :



يمثل المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ الذي معادلته ص = ك س + جـ ويقطع من محوري الإحداثيات جزءين متساويين ويمر بالنقطة (٢ ، ٣) أوجد

(١) قيمة ك ، حـ

(٢) مساحة المثلث أ و ب

الحل

ق(∠أب و) = ٤٥ والمكملة = ١٣٥

ميل المستقيم ظا ١٣٥ = −١

ص = −س + حـ بالتعويض بـ (٢، ٣)

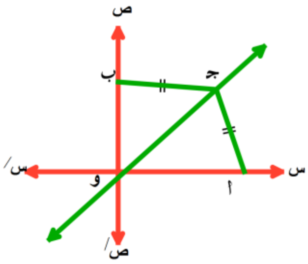
٣ = −٢ + حـ ∴ حـ = ٥

ص = −س + ٥

وأ = وب = ٥

المساحة = $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ٥ = ١٢,٥ وحدة مربعة

في الشكل المقابل :



وأ = ٤ وحدة طول ، ب و = ٦ وحدة طول ، معادلة $\overleftrightarrow{\text{وجـ}}$ هي ص = س ، أجـ = بجـ

أوجد طول $\overline{\text{وجـ}}$

الحل

النقطة حـ تنتمي للمستقيم ص = س

نفرض حـ (ك ، ك)

أ(٤، ٠) - ب(٠، ٦)

أحـ = حـ ب

$\sqrt{\text{(ك−٤)}^{٢}\text{+ك}^{٢}}$ = $\sqrt{\text{ك}^{٢}\text{+(ك−٦)}^{٢}}$

بالتربيع

$\cancel{\text{ك}^{٢}}$ −٨ك+١٦+$\cancel{\text{ك}^{٢}}$ = $\cancel{\text{ك}^{٢}}$ +$\cancel{\text{ك}^{٢}}$ −١٢ك+٣٦

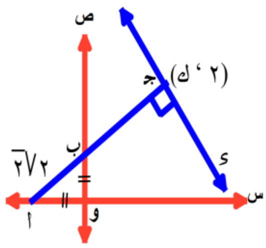
−٨ك+١٦ = −١٢ك+٣٦

٤ك = ٢٠ ⇐ ك = ٥

∴ حـ(٥، ٥)

وحـ = $\sqrt{\text{٢٥+٢٥}}$ = ٥$\sqrt{٢}$

في الشكل المقابل :



و نقطة الأصل لنظام إحداثى متعامد ، أب = ٢$\sqrt{٢}$ ، وأ = وب وحدة طول فإذا كان احداثى جـ(٢ ، ك) ، $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{جـد}}$ أوجد قيمة ك ، معادلة $\overleftrightarrow{\text{جـد}}$

الحل

ميل $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ = ظا ٤٥ = ١ ⇐ جا ٤٥ = $\frac{\text{ب و}}{٢\sqrt{٢}}$

ب و = ٢$\sqrt{٢}$ جا ٤٥ = ٢

وأ = وب = ٢ وحدة

ب(٠، ٢)

ميل $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$ = $\frac{\text{ك−٢}}{\text{٢−٠}}$ = ١

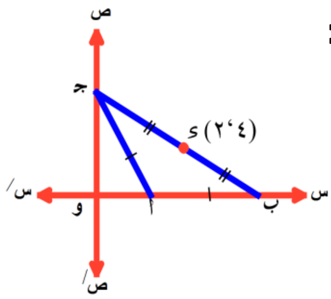
ك − ٢ = ٢ ← ك = ٤

ميل $\overleftrightarrow{\text{حـد}}$ = −١ ص = −س + حـ

∴ $٤ = -٢ + جـ$ ∴ $جـ = ٦$

المعادلة $ص = -س + ٦$

فى الشكل المقابل :



ء منتصف $\overline{بجـ}$

، اب = اجـ

فإذا كان احداثي ء(٤ ، ٢)

(1) أوجد احداثى النقطة ا

(2) أوجد مساحة المثلث ابجـ

الحل

ب(س ، ٠) ، جـ(٠ ، ص)

$منتصف \overline{بجـ} = \left(\frac{س+٠}{٢} ، \frac{٠+ص}{٢}\right) = (٤،٢)$

$\frac{س}{٢} = ٤ \leftarrow س = ٨$

$\frac{ص}{٢} = ٢ \leftarrow ص = ٤$

ب(٨ ، ٠) ، جـ(٠ ، ٤)

ا(ك ، ٠) اب = اجـ

$\sqrt{(ك-٨)^٢ + ٠} = \sqrt{ك^٢ + ١٦}$ بالتربيع

$\cancel{ك^٢} - ١٦ك + ٦٤ = \cancel{ك^٢} + ١٦$

$١٦ك = ٦٤ - ١٦ = ٤٨$

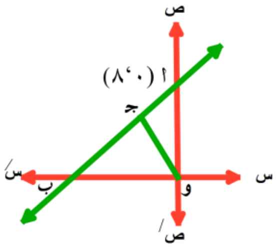
ك = ٣ ∴ ا(٣ ، ٠)

اب = ٨ - ٣ = ٥ وحدات

$م\Delta = \frac{١}{٢} اب \times وجـ$

$= \frac{١}{٢} \times ٥ \times ٤ = ١٠$ وحدة مربعة

فى الشكل المقابل :



و نقطة الأصل لنظام احداثى متعامد ، ا(٠ ، ٨) ،

مساحة المثلث اوجـ = ٤وحدة مربعة فإذا كان اب = ٣اجـ أوجد : معادلة $\overleftrightarrow{اب}$

الحل

م ∆ اوب = ٣ م ∆ اجـ و = ١٢

$\therefore \frac{١}{٢} او \times وب = ١٢$

$\therefore \frac{١}{٢} \times ٨ \times وب = ١٢$

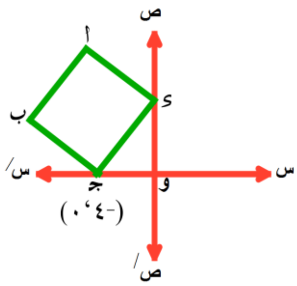
∴ وب = ٣

ب(-٣ ، ٠) ، ا(٠ ، ٨)

$ميل \overleftrightarrow{اب} = \frac{٨-٠}{٠+٣} = \frac{٨}{٣}$

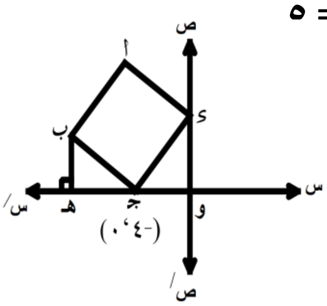
$ص = \frac{٨}{٣}س + ٨$

فى الشكل المقابل :



ابجـء مربع مساحة سطحه ٢٥ وحدة مربعة ، فإذا كانت جـ ∈ لمحور السينات ، ء ∈ لمحور الصادات ، احداثى جـ(-٤ ، ٠) أوجد احداثى النقط ا ، ب ، ء

الحل



طول ضلع المربع $\sqrt{٢٥} = ٥$

$ءجـ = \sqrt{٥^٢ - ٤^٢} = ٣$

ك = ٣ ء(٠ ، ٣)

∆ ∆ ءوجـ ، جـ ب هـ متطابقين

جـ هـ = وء = ٣

هـ ب = ٤ ب(-٧ ، ٤)

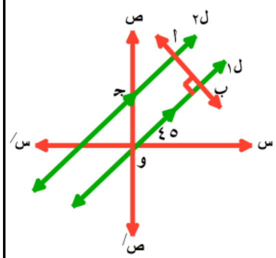
$منتصف \overline{ءب} = منتصف \overline{اجـ}$

$\left(\frac{٠-٧}{٢} ، \frac{٣+٤}{٢}\right) = \left(\frac{-٤+س}{٢} ، \frac{ص+٠}{٢}\right)$

− ٧ = −٤ + س   ص = ٧

س = − ٣   أ (−٣ ، ٧)

في الشكل المقابل :



ل١ // ل٢ ، ل١ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥ ويمر بنقطة الأصل و أ(١ ، ٥) ، أ∈ل٢ ، $\overleftrightarrow{أب}$ ⊥ ل١

ل٢ يقطع محور الصادات في النقطة جـ

(١) أوجد معادلة المستقيم ل١

(٢) أوجد معادلة المستقيم ل٢

(٣) طول $\overline{أب}$

الحل

ميل ل١ = ظا ٤٥ = ١ معادلة ص = س

ميل ل٢ = ظا ٤٥ = ١

ص = س + حـ بالتعويض بـ (١ ، ٥)

٥ = ١ + حـ ∴ حـ = ٤

ص = س + ٤

نفرض ب (ك ، ك)

ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = −١

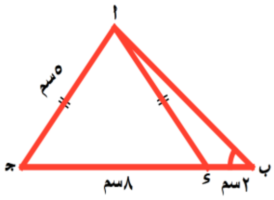
ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{ك-٥}{ك-١}$ = −١

ك − ٥ = −ك + ١ ⟵ ٢ك = ٦

ك = ٣

ب (٣ ، ٣)   أب = = $\sqrt{٤+٤}$ = ٢$\sqrt{٢}$

! في الشكل المقابل :



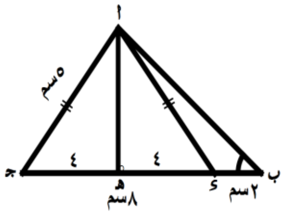
أب جـ مثلث ، ء ∈ $\overline{بجـ}$

أء = أجـ = ٥ سم

بء = ٢سم ، جـء = ٨سم

أوجد جا٢ب + جتا٢ جـ

الحل



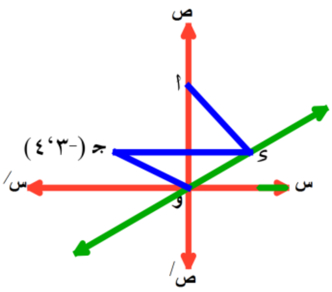
أهـ = $\sqrt{(٥)^٢ - (٤)^٢}$ = ٣

أب = $\sqrt{٣٦+٩}$ = ٣$\sqrt{٥}$

جا٢ ب + جتا٢ حـ

$\left(\frac{٣}{٣\sqrt{٥}}\right)^٢ + \left(\frac{٤}{٥}\right)^٢ = \frac{٢١}{٢٥}$

" في الشكل المقابل :



معادلة $\overleftrightarrow{وء}$ هي ص = ٢س

، احداثي النقطة جـ(−٣ ، ٤)

فإذا كانت مساحة سطح المثلث أوء= مساحة سطح المثلث جـوء

أوجد احداثى النقطة أ ثم أوجد معادلة $\overleftrightarrow{أجـ}$

الحل

م Δ أ ء و = م Δ حـ ء و

∴ $\overleftrightarrow{وء}$ // $\overleftrightarrow{أحـ}$

ميل $\overleftrightarrow{وء}$ = ٢ ∴ ميل أحـ = ٢

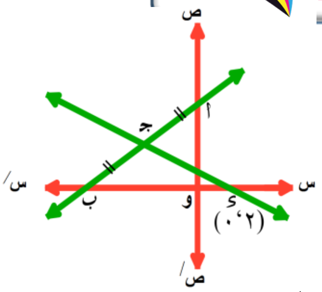
نفرض أ (٠، ص)

∴ ميل $\overleftrightarrow{أحـ}$ = $\frac{ص-٤}{٣}$ = ٢

∴ ص = ١٠   أ (٠، ١٠)

ص = ٢س + ١٠

في الشكل المقابل



معادلة أب هي

٢ س – ٣ص + ١٢ = ٠

، احداثي ء(٢ ، ٠)

، جـ منتصف أب أوجد معادلة جـء

الحل

أ (٠ ، ٤) ، ب (–٦ ، ٠)

جـ = $\left(\frac{٠ - ٦}{٢} ، \frac{٤ + ٠}{٢}\right)$ = (–٣ ، ٢)

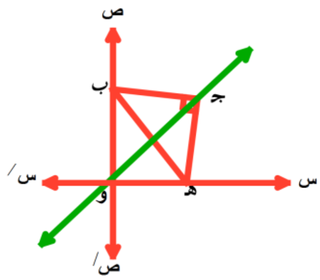
ميل جـء = $\frac{٢ - ٠}{-٣ - ٢} = \frac{-٢}{٥}$

ص = $\frac{-٢}{٥}$ س + حـ بالتعويض بـ (٢ ، ٠)

٠ = $\frac{-٤}{٥}$ + حـ ← حـ = $\frac{٤}{٥}$

ص = $\frac{-٢}{٥}$ س + $\frac{٤}{٥}$

$ في الشكل المقابل :



هـجـ ⊥ بجـ ،

معادلة وجـ هي

٤س – ٣ص = ٠

فإذا كان

ب هـ = ٢٠ وحدة طول

ق(∠هـوجـ) = ق(∠جـبهـ)

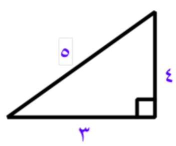
أوجد طول بجـ

الحل

ميل وجـ = $\frac{٤}{٣}$

ظا(∠حـبهـ) = ظا(∠حـوهـ) = $\frac{٤}{٣}$

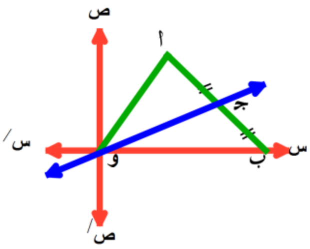
جا(∠حـبهـ) = $\frac{٤}{٥} = \frac{حـهـ}{٢٠}$



حـ هـ = ١٦

∴ بحـ = $\sqrt{(٢٠)^2 - (١٦)^2}$ = ١٢

% في الشكل المقابل



المثلث ب أو متساوى الأضلاع

، جـ منتصف أب

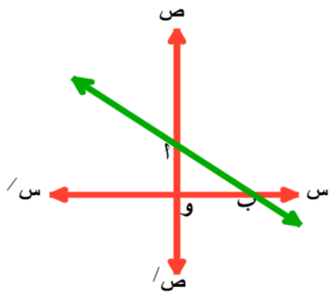
أوجد معادلة وجـ

الحل

ميل وجـ = ظا٣٠ = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ، حـ = ٠

ص = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ س

& في الشكل المقابل :



احداثي أ(٠،٦) ،

مساحة المثلث

وأب = ٩وحدة

مربعة

أوجد : معادلة أب

الحل

و أ = ٦ ∴ $\frac{١}{٢}$ وب × ٦ = ٩

و ب = ٣ ∴ ب (٣ ، ٠)

ص = م س + ٦ بالتعويض

٠ = ٣ م + ٦ ⟵ م = – ٢

ص = – ٢ س + ٦

، إذا كان المثلث أبجـ قائم الزاوية فى ب

، ظاأ+ظاجـ = $\frac{٢٥}{١٢}$ أوجد ظا²أ+ظا²س

الحل

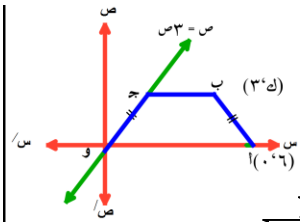
∵ ظاأ + ظاحـ = $\frac{٢٥}{١٢}$ بالتربيع

ظا²أ + ظا²حـ + ٢ظاأظاحـ = $\frac{٦٢٥}{١٤٤}$

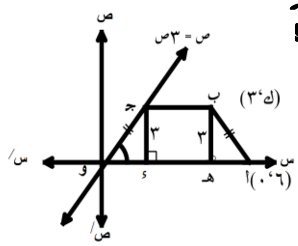
ظا²أ + ظا²حـ = $\frac{٣٣٧}{١٤٤}$

) فى الشكل المقابل :

ا ب جـ و
شبه منحرف متساوى
الساقين حيث ا ب = جـ و
، ا و // ب جـ ، معادلة $\overleftrightarrow{وجـ}$
هى ص = 3س فإذا كان احداثي نقطة
ب (ك ، ٣) ، احداثي نقطة ا (٦ ، ٠)
أوجد قيمة ك



الحل



ظا (∠ جـ و ا)
= ميل المستقيم = ٣
ظا و = ٣

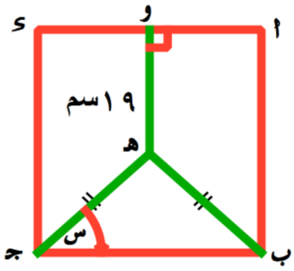
∴ $\frac{٣}{ء و} = ٣$

∴ ء و = ١ سم   ∴ ا هـ = ١ سم

∴ هـ ء = ٤   ∴ و هـ = ٥ سم

∴ ك = ٥

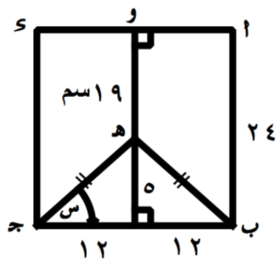
) فى الشكل المقابل :



ا ب جـ ء مربع طول
ضلعه ٢٤ سم
، $\overline{وهـ} \perp \overline{اء}$
، و هـ = ١٩ سم ، هـ ب = هـ جـ
، ك [جتاس − جاس] = ١
أوجد قيمة ك

الحل

$هـجـ = \sqrt{(١٢)^{٢}-(٥)^{٢}} = ١٣$

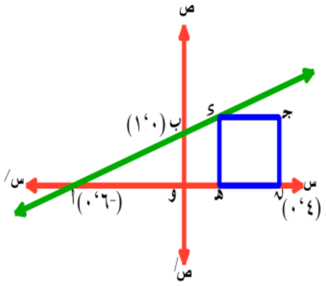


$ك \left[\frac{١٢}{١٣} - \frac{٥}{١٣}\right] = ١$

$ك \times \frac{٧}{١٣} = ١$

∴ $ك = \frac{١٣}{٧}$

* فى الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{اب}$ يمر بالنقطتين
ا (−٦ ، ٠)
، ب (٠ ، ١)
، ء هـ ن جـ مربع حيث
ن (٤ ، ٠) أوجد مساحة المربع ء هـ ن جـ

الحل

طول ضلع المربع ل
∴ هـ (٤ − ل ، ٠)

في Δ ا و ب ظا ا = $\frac{١}{٦}$

في Δ ا هـ ء ظا ا = $\frac{ل}{١٠-ل}$

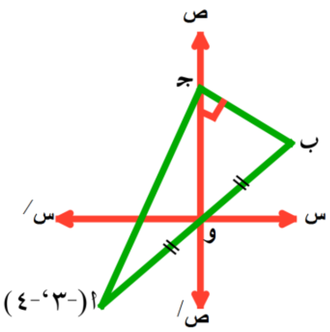
⟸ ا هـ = ١٠ − ل

∴ $\frac{١}{٦} = \frac{ل}{١٠-ل}$ ← ٦ل = ١٠ − ل

٧ل = ١٠ ← ل = $\frac{١٠}{٧}$

مساحة المربع = $\frac{١٠٠}{٤٩}$

+ فى الشكل المقابل



إذا كانت جـ ∈ لمحور الصادات
ا (−٣ ، −٤)
، $\overline{اجـ} \perp \overline{بجـ}$
أوجد طول $\overline{بجـ}$

الحل

ب (٣ ، ٤)

ا ب = $\sqrt{٣٦+٦٤} = \sqrt{١٠٠} = ١٠$

و جـ = $\frac{١}{٢}$ ا ب

و جـ = ٥   ∴ جـ (٠ ، ٥)

ب جـ = $\sqrt{٩+١} = \sqrt{١٠}$

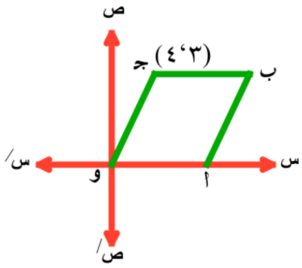
، في الشكل المقابل :

أب جـ و معين

جـ(٣ ، ٤)

(١) أوجد احداثى النقطتين أ، ب

(٢) أوجد معادلة $\overleftrightarrow{وب}$



الحل

و جـ = و أ ← و جـ = $\sqrt{٩+١٦}=٥$

أ(٥ ، ٠)

م منتصف $\overline{أجـ}$

$= \left(\frac{٥+٣}{٢} ، \frac{٠+٤}{٢}\right) = (٤ ، ٢)$

م منتصف $\overline{بو}$

$= \left(\frac{س+٠}{٢} ، \frac{ص+٠}{٢}\right) = (٤ ، ٢)$

$\frac{س}{٢}=٤ \leftarrow س=٨$ ، $\frac{ص}{٢}=٢ \leftarrow ص=٤$

ب(٨ ، ٤)

ميل $\overleftrightarrow{وب} = \frac{٤-٠}{٨-٠} = \frac{١}{٢}$

معادلة $\overleftrightarrow{وب}$ $ص = \frac{١}{٢}س$

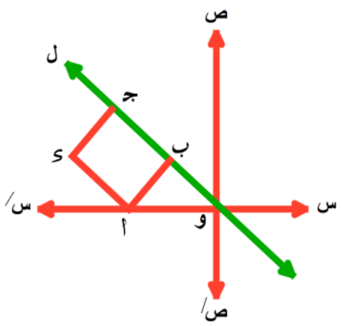
- في الشكل المقابل :

أب جـ ء مربع طول ضلعه $٣\sqrt{٢}$ وحدة طول ، معادلة ل هى ص + س = ٠ فأوجد

(١) ق(∠أوب)

(٢) احداثى النقطة أ

(٣) معادلة المستقيم $\overleftrightarrow{أء}$



الحل

ميل ل = −١

∴ قياس زاوية ميله مع محور السينات ١٣٥°

ق(∠ب و أ) = ٤٥°

و أ = ب أ × $\sqrt{٢}$ = $٣\sqrt{٢} \times \sqrt{٢}$ = ٦

ميل $\overleftrightarrow{أء}$ = ميل ل = −١

ص = −س + جـ بالتعويض بـ (−٦ ، ٠)

٠ = ٦ + جـ ∴ جـ = −٦

ص = −س − ٦

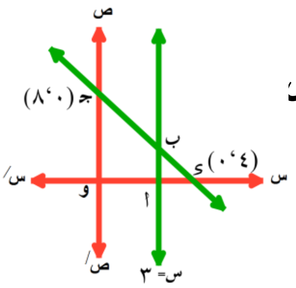
. في الشكل المقابل :

و نقطة الأصل لنظام احداثى متعامد

جـ(٠ ، ٨)، ء(٤ ، ٠)،

معادلة $\overleftrightarrow{أب}$ هى س = ٣

$\overleftrightarrow{أب} \cap \overleftrightarrow{جـء} = \{ب\}$ أوجد مساحة الشكل أب جـ و



الحل

ميل $\overleftrightarrow{جـء} = \frac{٨-٠}{٠-٤} = -٢$

ص = −٢س + ٨

ب(٣ ، ك) بالتعويض

ك = −٦ + ٨ = ٢

أ ب = ٢ ، و جـ = ٨ ، و أ = ٣

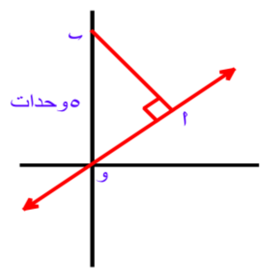
مساحة شبه المنحرف

$= \frac{٢+٨}{٢} \times ٣ = ١٥$ وحدة

معادلة $\overleftrightarrow{وأ}$ هي

ص = ٢س

أوجد إحداثي النقطة أ



الحل

ميل $\overleftrightarrow{وأ}$ = ٢ ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{-١}{٢}$

عندما س = ك ⇐ ص = ٢ك

∴ أ(ك ، ٢ك)، ب(٠ ، ٥)

ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{٥-٢ك}{٠-ك} = \frac{-١}{٢}$

١٠ − ٤ك = ك

٥ك = ١٠ ⇐ ك = ٢

∴ أ(٢ ، ٤)